1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 13-5 استخدام خواص الحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع.

الدرس 13-5 التعرف على خواص شبه المنحرف وتطبيقها.
التعرف على خواص أشكال الطائرات الورقية وتطبيقها.

بعد الدرس 13-5 استخدام الاستدلال الاستقرائي لإثبات العبارات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- ما الخوّاص التي تميّز شبه المنحرف عن متوازي الأضلاع؟ شبه المنحرف يتضمن زوجًا واحدًا من الأضلاع المتوازية.
- لماذا يكون حاجز القفز الخاص بالخيل المصنع على شكل شبه منحرف أكثر استقرارًا من المصنع على شكل مستطيل؟ لأن إحدى قاعدتيه تكون أعرض من الأخرى؛ وبالتالي تقل احتمالات تعثر الحصان القافز فيها عن تلك المصنعة على شكل مستطيل بنفس الطول والعرض.
- انظر في الرسم التوضيحي لصناديق القفز الأربعة المثبتة. ما الافتراضات التي توصلت إليها بشأن زوايا شبه المنحرف التي تتكون عند نهاية الصندوق؟ يجب أن تكون الزوايا المتناظرة لأشباه المنحرف الأربعة متطابقة مع القاعدة العلوية للشكل أدناه. وبالتالي فإن أشباه المنحرف التي تكوّن نهايات صندوق القفز يجب أن تكون متشابهة.

13-5 شبه المنحرف والطائرة الورقية

السابق	الحالي	لماذا؟
لقد استخدمت خواص متوازيات الأضلاع المماثلة.	1 تطبيق خواص شبه المنحرف. 2 تطبيق خواص الطائرة الورقية.	في الجسار، مربعات القفز المصنوعة من رغوة عالية الانضغاط تستخدم كمنصات قفز وأحصنة قفز وعقبات. الجانبان الأيسر والأيمن من كل قسم عبارة عن شبه منحرف.

المفردات الجديدة

- شبه منحرف trapezoid
- قاعدتان bases
- ساقا شبه المنحرف legs of a trapezoid
- زوايا القاعدة base angles
- شبه منحرف متساوي الساقين isosceles trapezoid
- منصف ساقي شبه المنحرف midsegment of a trapezoid
- الطائرة الورقية kite

استخدام الإحداثيات في إثبات النظريات الهندسية البسيطة. ★

استخدام الطرق الهندسية في حل المسائل، مثل تصميم جسم أو إنشاء لاستيفاء القيود المادية أو تحليل التكلفة، العمل بالأنظمة الشبكية البيضية الظاهرة على الشاشة) ★

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

1 خواص شبه المنحرف **شبه المنحرف** هو شكل رباعي به ضلعان فقط متوازيان. يسمى الضلعان المتوازيان **القاعدتان**. يسمى الضلعان غير المتوازيين **الساقان**. زوايا **القاعدة** تتكون من القاعدة وأحد الساقين. في شبه المنحرف $ABCD$، الزاويتان $\angle A$ و $\angle B$ هما زوجان من زوايا القاعدة والزاويتان $\angle C$ و $\angle D$ هما الزوجان الآخران. إذا تطابق ساقا شبه المنحرف، فإنه يكون **شبه منحرف متساوي الساقين**.

النظريات شبه المنحرف متساوي الساقين

13.19 إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين، فيتطابق كل زوجين من أزواج زوايا القاعدة.

مثال إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متساوي الساقين، فإن $\angle H \cong \angle G$ و $\angle J \cong \angle F$.

13.20 إذا تطابق في شبه المنحرف زوجان من أزواج زوايا القاعدة، فهو شبه منحرف متساوي الساقين.

مثال إذا كانت $\angle M \cong \angle L$، فإن شبه المنحرف $KLMP$ يكون متساوي الساقين.

13.21 يكون شبه المنحرف متساوي الساقين فقط إذا كان قطراه متطابقين.

مثال إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متساوي الساقين، فإن $\overline{RT} \cong \overline{QS}$ وبالمثل، إذا كان $\overline{QS} \cong \overline{RT}$ فإن شبه المنحرف QRST يكون متساوي الساقين.

سوف تثبت النظريتين 13.19 و 13.20، والجزء الآخر من النظرية 13.21 في التمرينات 28 و 29 و 30.

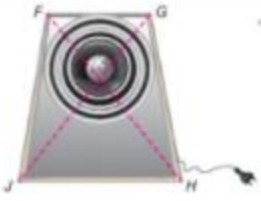
برهان جزء من النظرية 13.21

المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

حقوق الطبع والتأليف © مملوكة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

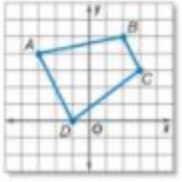
مثال 1 من الحياة اليومية



$\overline{FG} \parallel \overline{JH}$

$\overline{XG}$ $\overline{FH}$

مثال 2

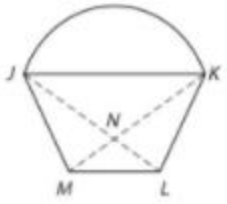


$\overline{AD}$ $\overline{BC}$

$\overline{DC}$ $\overline{AB}$

مثال إضافي

1



الضلعان المتقابلان $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$.

ميل $\overline{BC} = 3 - \frac{5}{3} - 2 = -\frac{2}{1}$ أو -2

ميل $\overline{AD} = \frac{0-4}{-1-(-3)} = \frac{-4}{2}$ أو -2

بما أن ميلي $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$ متساويان، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.

الضلعان المتقابلان $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$.

ميل $\overline{AB} = \frac{5-4}{2-(-3)} = \frac{1}{5}$

ميل $\overline{DC} = \frac{0-3}{-1-3} = \frac{-3}{-4}$ أو $\frac{3}{4}$

بما أن ميلي $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ ليسا متساويين، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$. بما أن الشكل الرباعي $ABCD$ به فقط ضلعان متقابلان متوازيان، فإن الشكل الرباعي $ABCD$ يكون شبه منحرف.

قراءة في الرياضيات
الرموز تذكر أن الرمز ∦ يعني غير متوازٍ مع.

المسافة استخدم قانون المسافة في المقارنة بين طولي الساقين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$. يكون شبه المنحرف متساوي الساقين إذا تطابق ساقاه.

$AB = \sqrt{(-3-5)^2 + (-1-1)^2}$ أو $\sqrt{68}$

$DC = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25}$ أو 5

بما أن $AB \neq DC$، فإن الساقين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غير متطابقين وبهذا فشبه المنحرف $ABCD$ ليس متساوي الساقين.

تمرين موجّه

2. الشكل الرباعي $QRST$ رؤوسه $Q(-8, -4)$، $R(0, 8)$، $S(6, 8)$، و $T(-6, -10)$. بيّن أن $QRST$ شبه منحرف وحدد ما إذا كان $QRST$ شبه منحرف متساوي الساقين أم لا.

$\overline{RS} \parallel \overline{QT}$، $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$؛ ليس متساوي الساقين $RS = 6$، $QT = \sqrt{40}$

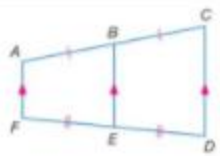
قراءة في الرياضيات
منصف الساقين منصف ساقي شبه المنحرف يمكن أن يُسمى أيضًا المتوسط.

منصف ساقي شبه المنحرف هو القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقي شبه المنحرف.

توضح النظرية التالية العلاقة بين منصف الساقين والقاعدتين في شبه المنحرف.

النظرية 13.22 نظرية منصف ساقي شبه المنحرف

يكون منصف ساقي شبه المنحرف موازيًا لكلتا القاعدتين. ويكون قياسه هو نصف مجموع طول القاعدتين.



مثال إذا كان $\overline{BE}$ عبارة عن منصف ساقي شبه المنحرف $ACDF$، فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$، $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$، و $BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

2 الشكل الرباعي $ABCD$ بالرؤوس $A(5, 1)$ و $B(-3, -1)$ و $C(-2, 3)$ و $D(2, 4)$. بيّن أن $ABCD$ شبه منحرف وحدد إن كان شبه منحرف متساوي الساقين أم لا.

الخطوة 1: ميل $\overline{AB} = \frac{1}{4}$.

ميل $\overline{CD} = \frac{1}{4}$.

ميل $\overline{AD} = -1$.

ميل $\overline{BC} = 4$.

حيث إن $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ لهما نفس الميل، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. فهناك زوج واحد فقط من الأضلاع المتقابلة متوازٍ. إذًا، $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف.

الخطوة 2: $BC = \sqrt{17}$، و $AD = \sqrt{18}$. حيث إن الساقين غير متطابقين، إذًا $ABCD$ ليس شبه منحرف متساوي الساقين.

انتبه!
الهندسة الإحداثية عند استخدام قانوني المسافة أو الميل، انتبه إلى علامات الأعداد. وتأكد أيضًا من استخدام قيمتي x و y بالترتيب الصحيح.

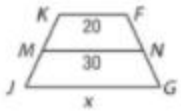
التدريس المتمايز

التوسّع يوجد العديد من الكلمات المتشابهة التي تتضمن معاني مختلفة في الرياضيات. من الأمثلة على ذلك كلمة المتوسط الحسابي في الإحصاء والمتوسط في الهندسة. اطلب من الطلاب المقارنة وتبيين الفرق بين معنى المتوسط في المثلث وشبه المنحرف. واطلب منهم توضيح معنى المتوسط الحسابي في مجموعة بيانات. وتكون المقارنة بينها أن المتوسط في المثلث وشبه المنحرف هو قطعة مستقيمة تصل بين نقطة منتصف إحدى القطع المستقيمة فيها ونقطة أخرى في الشكل. ويرتبط الفارق بين المتوسط في المثلث برأس بينما يصل المتوسط في شبه المنحرف بين نقطتي منتصف الساقين. ويعني المتوسط الحسابي لمجموعة بيانات القيمة المتوسطة بين مجموعة بيانات مرتبة.

مثال إضافي

3 مثال على الاختبار المعياري

في الشكل، $\overline{MN}$ هو منصف ساق شبه المنحرف $FGJK$. ما قيمة x؟



40

إرشاد للمعلمين الجدد

أشباه المنحرف من التعريفات البديلة لشبه المنحرف هو أنه يحتوي *على الأقل* على زوج واحد من الأضلاع المتوازية. في هذا التعريف، يعتبر متوازي الأضلاع حالة خاصة من شبه المنحرف.

مثال 3 على الاختبار المعياري منصف ساقي شبه المنحرف

الإجابة الشبكية في الشكل، $\overline{LH}$ هو منصف ساقي شبه المنحرف $FGJK$. ما قيمة x؟

ملحوظة: الشكل غير مرسوم بمقياس رسم.

قراءة فقرة الاختبار

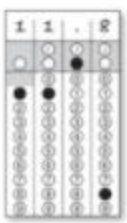
أعطيت طول منصف ساقي شبه منحرف وطول إحدى قاعدتيه وطلب منك إيجاد طول القاعدة الأخرى.

حل فقرة الاختبار

$LH = \frac{1}{2}(FG + KJ)$	نظرية منصف ساقي شبه المنحرف
$5 = \frac{1}{2}(x + 18.2)$	بالتعويض
$30 = x + 18.2$	اضرب كل طرف في 2.
$11.8 = x$	اطرح 18.2 من كل طرف.

الإجابة الشبكية

- يمكن إدخال الإجابة العشرية 11.8 بطريقتين. في مربع الإجابة الأول، يمكنك إدخال 11.8 أو يمكنك إدخال 11.8 في مربع الإجابة الثاني.
- لا تشترك مربعات فارزة في نفس عمود الإجابة.
- أيًا كانت **قناعة واحدة** مقابل كل مربع إجابة، فإنك تحتاج فقط إلى فقاعة واحدة في مربع إجابة، ولا تحتاج إلى فقاعات للمربعات التي بدون إجابة.



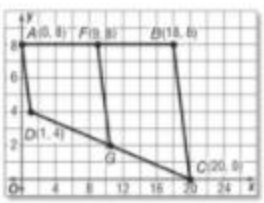
نصيحة **عند حل الاختبار**

الإجابات الشبكية

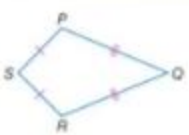
الإجابات التي هي أعداد عشرية في الغالب يمكن تدوينها بطريقتين على الأقل. يمكن تدوين $\frac{8}{5}$ بالصورة 8/5 أو بالصورة 1.6. ويمكن تدوين 1 3/5 بالصورة 1.6.

تمرين موجّه

3. **الإجابة الشبكية** شبه المنحرف $ABCD$ موضح بالصورة أدناه. إذا كانت $\overline{FG}$ توازي $\overline{AD}$، فما الإحداثي x للنقطة G؟ 10.5



2 خواص الطائرة الورقية **الطائرة الورقية** هي رباعي أضلاع به ضلعان قصيران متطابقان وضلعان طويلان متطابقان. كل متوازي أضلاع فإن أضلاع المتجاورة للطائرة الورقية ليست متطابقة وليست متوازية.



حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم

التدريس باستخدام التكنولوجيا

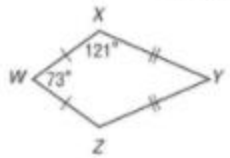
اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم جدولاً يحتوي على 7 أعمدة، وعنونها بالأسماء الشكل الرباعي، ومتوازي أضلاع، ومستطيل، ومعيّن، ومربع، وطائرة ورقية، وشبه منحرف. اعرض أمثلة لكل فئة من هذه الفئات على اللوحة واختر طلابًا ليسحبوا كل شكل إلى العمود الذي يتوافق اسمه أكثر معه. إذا رأى الطلاب أن الشكل يمكن تصنيفه تحت أكثر من فئة، فساعدهم في تحديد الاسم *الأكثر* انطباقًا عليه.

2 خواص أشكال الطائرة الورقية

المثال 4 يوضح كيفية استخدام النظريات والخواص لإثبات أو تحديد أن الشكل هو شكل طائرة ورقية.

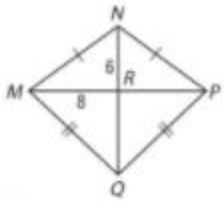
مثال إضافي

4 a. إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد قياس $\angle XYZ$.



45

b. إذا كان $MNPQ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد NP.



10

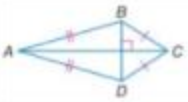
التركيز على محتوى الرياضيات

شكل الطائرة الورقية يوجد ثلاث خواص إضافية لأشكال الطائرة الورقية. 1) الزوايا بين الأضلاع غير المتطابقة لأشكال الطائرة الورقية تكون متطابقة. 2) أقطار الزوايا غير المتطابقة تكون دائماً المنصف العمودي لأقطار الزوايا المتطابقة. 3) تنصف الأقطار الزوايا غير المتطابقة.

تصيحة دراسية

الطائرة الورقية الزوايا المتطابقة في شكل الطائرة الورقية محصورة بين الأضلاع المتجاورة غير المتطابقة.

نظريات شكل الطائرات الورقية



13.23 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن قطريه يكونان متعامدين.

مثال إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن طائرة ورقية، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.

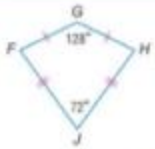
13.24 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فتتطابق زاويتان من الزوايا المتقابلة.

إذا كان الشكل الرباعي $JKLM$ عبارة عن شكل طائرة ورقية وكان $\overline{JK} \cong \overline{KL}$، فإذا $\angle J \cong \angle L$، و $\angle K \ncong \angle M$.

يمكنك استخدام النظريتين المذكورتين أعلاه، نظرية فيثاغورث، ونظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية، لإيجاد القياسات المجهولة في شكل الطائرة الورقية.

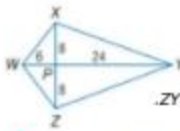
مثال 4 استخدام خواص شكل الطائرة الورقية

a. إذا كان $FGHJ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد $m\angle GFJ$.



بما أن الطائرة الورقية يكون بها زاويتان اثنتان فقط متطابقتان وبما أن $\angle J \ncong \angle G$، فإن $\angle F \cong \angle H$.
إذا $m\angle F = m\angle H$. اكتب معادلة وقم بحلها لإيجاد $m\angle F$.

$m\angle F + m\angle G + m\angle H + m\angle J = 360$	نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية
$m\angle F + 128 + m\angle F + 72 = 360$	بالتعويض
$2m\angle F + 200 = 360$	بسّط.
$2m\angle F = 160$	اطرح 200 من كل طرف.
$m\angle F = 80$	اقسم كل طرف على 2.

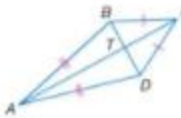


b. إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد ZY.

بما أن قطرا الطائرة الورقية متعامدان، فإنهما يقسمان $WXYZ$ إلى أربعة مثلثات قائمة. استخدم نظرية منوالي الأضلاع في إيجاد ZY. طول الوتر في المثلث القائم $\triangle YPZ$.

$PZ^2 + PY^2 = ZY^2$	نظرية فيثاغورس
$8^2 + 24^2 = ZY^2$	بالتعويض
$640 = ZY^2$	بسّط.
$\sqrt{640} = ZY$	احذف الجذر التربيعي من كل طرف.
$8\sqrt{10} = ZY$	بسّط.

تمرين موجّه



4A. إذا كان $m\angle BAD = 38$ و $m\angle BCD = 50$، فأوجد $m\angle ADC$. 136

4B. إذا كان $BT = 5$ و $TC = 8$، فأوجد CD. $\sqrt{89}$

الربط بالحياة اليومية

أسرع سرعة مسجلة لطائرة ورقية هي 192 كيلومترًا في الساعة. الرقم القياسي الأعلى لارتفاع حلقت فيه طائرة ورقية واحدة هو3741 مترًا.

المصدر: بريتانيكا للطائرات الورقية

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني يمكن للطلاب توضيح الأضلاع المتطابقة وكذلك الزوايا المتطابقة وغير المتطابقة لشكل الطائرة الورقية. اطلب من الطلاب طي قطعة من الورق إلى نصفين. ثم اطلب منهم أن يقوموا بقطع قطري بأي طول بالبدء من الثنية. اطلب منهم تكرار العملية بالبدء من طرف الثنية والقطع حتى يتلاقى القطعان القطريان. ويمكن للطلاب بعدها مقارنة الأضلاع والزوايا المتطابقة وغير المتطابقة. اطلب من الطلاب قطع أحجام مختلفة من الطائرات الورقية لتوضيح أن هذه الخواص تنطبق دائمًا.

التحقق من فهمك

مثال 1 أوجد قياس كل مما يلي.

1. $m\angle C$ 60

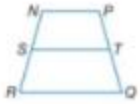
2. EJ إذا كان $HF = 50$، $JG = 10$ ، 40

مثال 2 **الهندسة الإحداثية** الشكل الرباعي $JKLM$ رؤوسه هي $J(3, 10)$ و $K(2, 6)$ و $L(11, 6)$ و $M(8, 10)$.

3. تحقق من أن $JKLM$ شبه منحرف. **انظر الهامش.**

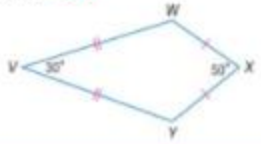
4. حدد ما إذا كان $JKLM$ شبه منحرف متساوي الساقين. اشرح. **انظر الهامش.**

مثال 3 5. **الإجابة الشبكية** في الشكل الذي على اليسار، $\overline{ST}$ هي منصف شبه المنحرف $NPQR$. حدد قيمة x. 11

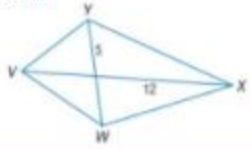


مثال 4 إذا كان $VWXY$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد جميع القياسات.

6. $m\angle W$ 140



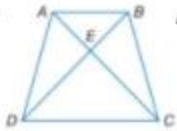
7. YX 13



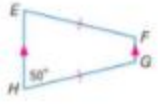
التمرين وحل المسائل

مثال 1 أوجد قياس كل مما يلي.

8. AC إذا كان $BE = 12$، $ED = 24$ ، 36



9. $m\angle F$ 130



10. JC إذا كان $MK = 18$، $CL = 12$ ، 6

11. $m\angle P$ 60

مثال 2 **الهندسة الإحداثية** بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف أم لا. وحدد ما إذا كان الشكل شبه المنحرف متساوي الساقين أم لا. 12–15. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

12. $A(-6, -3)$, $B(-4, 1)$, $C(1, 1)$, $D(3, -3)$

13. $E(0, 3)$, $F(-4, -1)$, $G(-3, -8)$, $H(7, 2)$

14. $J(0, 4)$, $K(3, 7)$, $L(8, 6)$, $M(10, 2)$

15. $N(2, 0)$, $P(12, 8)$, $Q(7, 9)$, $R(2, 5)$

حقوق النشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8-27, 65, 67-81	70-73, فردي 9-27	8-26, زوجي, 65, 67-69, 74-81
OL أساسي	29-63, فردي 9-27, 65, 67-81, فردي	70-73, فردي 8-27	28-65, 67-69, 74-81
BL متقدم	28-81		

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 7 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

المتابعة

استكشف الطلاب خواص أشباه المنحرف والطائرات الورقية.

اطرح السؤال التالي:

- ما مدى اختلاف أشباه المنحرف والطائرات الورقية عن متوازيات الأضلاع؟ الإجابة النموذجية: تحتوي أشباه المنحرف على زوج واحد فقط من الجوانب المتقابلة المتوازية، فلا يكون كلا الجانبين متوازيًا. أما الطائرات الورقية، فلها زوجان من الجوانب المتتالية المتطابقة بدلاً من وجود زوجين من الجوانب المتبادلة المتطابقة.

إجابات إضافية

3. ميل $\overline{JM} = \frac{10-10}{3-8} = 0$

ميل $\overline{KL} = \frac{6-6}{2-11} = 0$

بما أن ميلي كل من $\overline{JM}$ و $\overline{KL}$ متساويان، فإن $\overline{KL} \parallel \overline{JM}$.

ميل $\overline{JK} = \frac{10-6}{3-2} = 4$.

ميل $\overline{ML} = \frac{10-6}{8-11} = -\frac{4}{3}$

بما أن ميلي $\overline{JK}$ و $\overline{ML}$ غير متساويين، فإن $\overline{JK}$ و $\overline{ML}$ غير متوازيين. بما أن الشكل الرباعي $JKLM$ له زوج واحد فقط من الجوانب المتقابلة المتوازية، فإن الشكل الرباعي $JKLM$ عبارة عن شبه منحرف.

4.

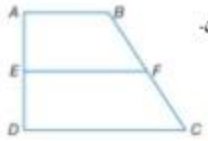
$JK = \sqrt{(3-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{17}$

$ML = \sqrt{(8-11)^2 + (10-6)^2} = 5$

بما أن $JK \neq ML$، فإن الساقين $\overline{JK}$ و $\overline{ML}$ ليسا متطابقين. ومن ثم، فإن شبه المنحرف $JKLM$ ليس متساوي الساقين.

مثال 3

في شبه المنحرف *ABCD*، النقطتان *E* و *F* هما نقطتا منتصف الساقين.



16. إذا كان $AB = 10$ ، $CD = 14$، فأوجد EF. **12**

17. إذا كان $EF = 7$ ، $CD = 10$، فأوجد AB. **4**

18. إذا كان $AB = 5$ ، $EF = 10$، فأوجد DC. **20**

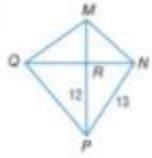
19. إذا كان $EF = 13$ ، $DC = 14$، فأوجد AB. **12**

20. إذا كان $AB = 12$ ، $EF = 14$، فأوجد DC. **16**

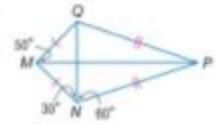
21. إذا كان $AB = 7$ ، $DC = 33$، فأوجد EF. **20**

إذا كان *MNPQ* عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد جميع القياسات.

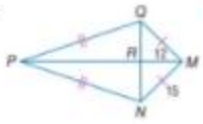
22. QN **10**



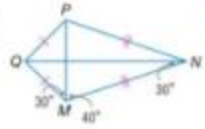
23. $m\angle P$ **80**



24. NR **9**



25. $m\angle Q$ **160**



B **البرهان اكتب برهانًا حرًا لكل نظرية. 31–26. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

26. النظرية 13.19

27. النظرية 13.20

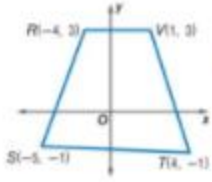
28. النظرية 13.21

29. النظرية 13.23

30. النظرية 13.24

31. **البرهان** اكتب برهانًا إحداثيًا للنظرية 13.22.

32. **الهندسة الإحداثية** راجع الشكل الرباعي *RSTV*.



a. حدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف أم لا. إن كان كذلك، فهل هو متساوي الساقين؟ اشرح. **a, b. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

b. هل نقطة الأصل تقع على منصف الساقين؟ علّل إجابتك.

c. أوجد طول المنصف. **7.07**

الجبر *WXYZ* عبارة عن شبه منحرف.

33. إذا كان $m\angle WZY = 4x + 10$ ، $m\angle XYZ = 5x - 5$، فأوجد قيمة x بحيث يكون *WXYZ* متساوي الساقين. **15**

34. إذا كان $WY = 4x + 1$ ، $XZ = 5x - 3$، فأوجد قيمة x بحيث يكون *WXYZ* متساوي الساقين. **4**

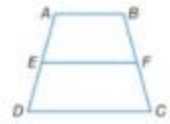
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

845

الطعام جانب الحاوية المعروضة بالصورة عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين. إذا كان $AE = 8$ سنتيمترات وكان $ED = 5$ سنتيمترات وكان $m\angle ABD = 75$، فأوجد جميع القياسات.

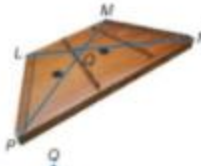
35. $m\angle BAC$ 75
36. AD 13 سنتيمترًا
37. $m\angle BDC$ 105
38. BC 13 سنتيمترًا

الجبر في شبه المنحرف $ABCD$، النقطتان E و F هما نقطتا منتصف الساقين.



39. إذا كان $AB = x + 2$ ، $DC = 2x + 1$ ، $EF = 9$. فأوجد قيمة x. 5
40. إذا كان $AB = 6$ ، $EF = 3x$ ، $DC = 5x - 3$. فأوجد قيمة x. 3
41. إذا كان $AB = 3x - 6$ ، $EF = 4x - 8$ ، $DC = 20$. فأوجد قيمة EF. 61
42. إذا كان $AB = x + 4$ ، $EF = 2x - 3$ ، $DC = 2x - 1$. فأوجد قيمة x. 9

الموسيقى القانون آلة موسيقية تأخذ في الغالب شكل شبه المنحرف. الرسم التخطيطي الذي بالصورة، فيه $LN = 60$ سنتيمترًا و $QP = 25$ سنتيمترًا و $m\angle LPQ = 65$. أوجد جميع القياسات.



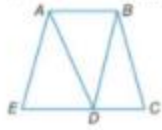
43. $m\angle MLP$ 50
44. LQ 14
45. $m\angle MNP$ 130
46. MP 24

الجبر $QRST$ عبارة عن شكل طائرة ورقية.

74. إذا كان $m\angle TSR = 40$ ، $m\angle TQR = 6x$ ، $m\angle QRS = 7x + 10$. فأوجد $m\angle QTS$. 115
84. إذا كان $m\angle TQR = 60$ ، $m\angle RST = x - 3$ ، $m\angle QTS = 7x$. فأوجد $m\angle QRS$. 140

البرهان اكتب برهانًا من عمودين. 49، 50 انظر الهامش.

49. **المعطيات:** $\triangle AED \cong \triangle BCD$، $\angle BAD \cong \angle EDA$
المطلوب: $ABCE$ شبه منحرف متساوي الساقين.



50. **المعطيات:** $PMNO$ شبه منحرف
المطلوب: جميع زوايا $\triangle LPM$ متطابقة مع زوايا $\triangle LON$

حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة دائمًا أم أحيانًا أم غير صحيحة على الإطلاق.

51. الطائرة الورقية هي شبه منحرف. لا مطلقًا
52. الزاويتان المتجاورتان في شبه المنحرف تكونان متكاملتان. أحيانًا
53. الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع. أحيانًا
54. المربع هو مستطيل. دائمًا
55. قطرا الطائرة الورقية متعامدان. دائمًا
56. **البرهان** المعطيات $ABCD$ طائرة ورقية، اكتب فقرة برهان تثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

البرهان: نعلم من المعطيات أن $ABCD$ طائرة ورقية. حسب التعريف، يكون $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DC}$. نعلم أن $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ حسب خاصية الانعكاس. ولهذا، حسب المبرهنة SSS، يكون $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

حقوق الجمع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسّع يتعلم الطلاب بعض الصيغ والمعادلات الأساسية للمساحة في الوحدة السابقة. اطلب من الطلاب وصف كيف تكفي معرفة صيغ مساحة المستطيل لاستنباط صيغ مساحة المثلثات والأشكال الرباعية الأخرى. يمكن للطلاب استخدام الأمثلة لتوضيح تحليل المضلعات والطرق الأخرى المستخدمة في إيجاد المساحات المتناظرة والمساحات الإجمالية.

إجابات إضافية

49. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle BAD \cong \angle EDA$ (معطيات)
2. $AB \parallel ED$ (الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
3. $ABCE$ عبارة عن شبه منحرف. (تعريف شبه المنحرف)
4. $\triangle AED \cong \triangle BCD$ (معطيات)
5. $\overline{AE} \cong \overline{BC}$ (CPCTC النظرية)
6. $ABCE$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين (تعريف شبه المنحرف متساوي الساقين.)

50. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $PMNO$ شكل شبه منحرف. (معطيات)
2. $PM \parallel ON$ (قواعد شبه المنحرف تكون متوازية)
3. $\angle LPM \cong \angle LON$; $\angle LMP \cong \angle LNO$ (الزوايا المتناظرة متطابقة)
4. $\angle L \cong \angle L$ (خاصية الانعكاس)

57. **جدول** استكمل الجدول التالي. بالعمود الأيمن أربعة أنواع من الأشكال رباعية الأضلاع. في العمود الأيسر اكتب المجموعات الأخرى التي يطابقها الشكل الرباعي الذي بنفس الصف. اكتب "لا يوجد" إن لم يطابق أي فئة أخرى. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

الشكل الرباعي	يكون أيضًا ...
مثال: مستطيل	متوازي الأضلاع
المعين	
المربع	
شبه المنحرف متساوي الساقين	
شبه المنحرف	
الطائرة الورقية	

58. **مربع؛ الضلعان متطابقان ومتعامدان**

59. **متوازي الأضلاع؛ الأضلاع المتقابلة متوازية وليس به زوايا قائمة ولا به أضلاع متتالية متطابقة.**

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان كل شكل عبارة عن شبه منحرف، أو متوازي أضلاع، أو مربع، أو معين، أو الشكل الرباعي. اختر المصطلح الأنسب. اشرح.

58. $L(1, 1), M(0, -5), N(7, 0), P(6, -6)$ 59. $A(2, 7), B(5, 9), C(6, 6), D(3, 4)$

60. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف التناسب في أشكال شبه المنحرف متساوية الساقين.

a. **هندسيًا** قم بإنشاء ثلاثة أشكال شبه منحرف متساوية الساقين. قم بتسمية كل منها $ABCD$. ارسم الأقطار وحدد نقطة التقاطع R. **انظر الهامش.**

b. **جدوليّ** انسخ الجدول التالي. استخدم مسطرة في إكمال الجدول. **انظر الهامش.**

شبه المنحرف	AR	RC	$\frac{RC}{AR}$	DC	AB	$\frac{DC}{AB}$
شبه المنحرف 1						
شبه المنحرف 2						
شبه المنحرف 3						

c. **لفظيًا** قم بالتخمين حول التناسب بين القطرين والتناسب بين القاعدتين من التمامد. **انظر الهامش.**

البرهان اكتب برهانًا حرًا لكل عبارة.

61. منصف ساقي شبه المنحرف متوازي مع القاعدتين. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

62. قطرا الطائرة الورقية متعامدان.

المعطيات: $ABCD$ طائرة ورقية.

المطلوب: AC متعامد على BD.

البرهان. ميل $DB = 0$ وميل AC غير معرّف لأنها قطعة مستقيمة رأسية ولذا فإن AC عمودي على BD.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

63. **تبرير** هل شكل الطائرة الورقية يكون مستطيلًا أحيانًا أم دائمًا أم لا يكون على الإطلاق؟ **لا مطلقًا**

64. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم طائرتين ورقيتين غير متطابقتين $LMNP$ و $ABCD$ فيهما $\overline{AB} \cong \overline{LM}$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

65. **تحليل الخطأ** يحاول سلطان وخالد تحديد $m\angle F$ في شبه المنحرف الذي بالصورة. هل أي منهما على صواب؟ اشرح.

سلطان
$m\angle F = 45$

خالد
$m\angle F = 135$

سلطان لتطابق كل زوجين من أزواج زوايا القاعدة.

66. **تحدٍّ** $\triangle AED$ و $\triangle ADB$ و $\triangle DBC$ مثلثات متساوية الأضلاع. أثبت أن $ABCE$ شبه منحرف متساوي الأضلاع. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

67. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين خواص متوازي الأضلاع وخواص شبه المنحرف. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

حقوق النشر © McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم وتأليف

التمثيلات المتعددة

في التمرين 60، يستخدم الطلاب رسومًا هندسيةً وجدولاً إضافةً إلى الوصف اللفظي لاستكشاف خواص أشكال الطائرة الورقية.

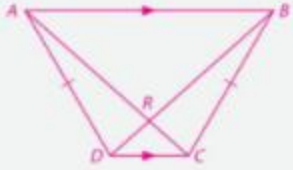
ملاحظات لحل التمرين

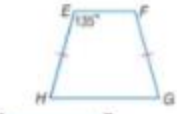
مسطرة التقويم والمنقلة والفرجار

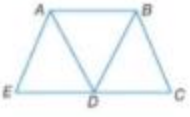
يتطلب التمرين 60 استخدام مسطرة تقويم ومنقلة وفرجار.

إجابات إضافية

60a. الإجابة النموذجية:







60b.

شبه المنحرف	AR	RC	$\frac{RC}{AR}$	DC	AB	$\frac{DC}{AB}$
شبه المنحرف 1	5	2	يساوي	4	10	يساوي
شبه المنحرف 2	7	3	يساوي	6	14	يساوي
شبه المنحرف 3	2	1	يساوي	4	2	يساوي

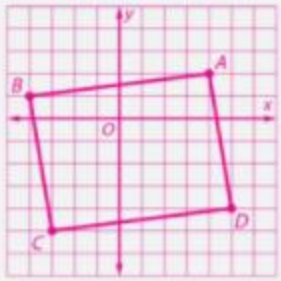
60c. القطع المستقيمة للقطر والقواعد تكون متناسبة.

4 التقويم

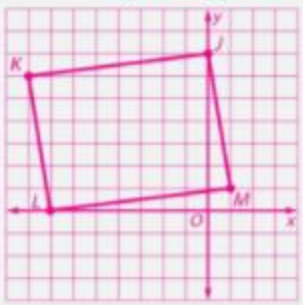
عيّن مصطلح الرياضيات اطلب من الطلاب وصف كل نوع من أنواع الأشكال الرباعية. وينبغي أن يكتبوا فقرة تشرح الفارق بين متوازيات الأضلاع وأشباه المنحرف وأشكال الطائرة الورقية. واطلب منهم كذلك التمييز بين المستطيلات والمعينات والمربعات.

إجابات إضافية

76. لا؛ $AB = \sqrt{65} = CD$ و $BC = \sqrt{37} = DA$. إذًا، $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. $BD = \sqrt{106}$، $AC = \sqrt{98}$. $BD \neq AC$، إذًا الأقطار ليست متطابقة. إذًا $ABCD$ ليس مستطيلاً.



77. لا. ميل $\overline{JK} = \frac{1}{8}$ = ميل $\overline{LM}$ وميل $\overline{KL} = -6$ = ميل $\overline{MJ}$. إذًا، JKLM عبارة عن متوازي أضلاع. ونواتج ميل الجانبين المتتاليين $-1 \neq$، ومن ثم فإن الجانبين المتتاليين غير متعامدين. بناءً عليه، JKLM ليس مستطيلاً.



تدريب على الاختبار المعياري

68. الجبر جميع العناصر الموجودة بعائلة الإفطار لها نفس التكلفة سواء تم طلبها مع غيرها أم لا. تبلغ تكلفة وجبة إفطار مكونة من كعكتان صغيرتان وواحد أومليت AED 4.92. إذا كانت تكلفة طلبين من الأومليت هي AED 3.96. فكم تبلغ تكلفة الكعكة الصغيرة؟ **B**

A AED 0.96
B AED 1.47
C AED 1.98
D AED 2.94

69. الإجابة إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن طائرة ورقية. فما $m\angle C$؟ **76**

70. ما نوع الشكل الذي يمكن أن يقدم مثالاً عكسيًا على العبارة أدناه؟ **J**

إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متطابقين، فإن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن مستطيل.

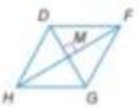
F مربع
G معين
H متوازي أضلاع
J شبه منحرف متساوي الساقين

SAT/ACT 71. في الشكل أدناه، ما قيمة x؟ **B**

A 60
B 120
C 180
D 240
E 300

مراجعة شاملة

الجبر الشكل الرباعي $DFGH$ عبارة عن معيّن أوجد جميع القيم أو القياسات. (الدرس 5-13)



72. إذا كان $m\angle FGH = 118$، فأوجد $m\angle GHM$. **31**

73. إذا كان $DM = 4x - 3$ و $MG = x + 6$، فأوجد DG. **18**

74. إذا كان $DF = 10$، فأوجد FG. **10**

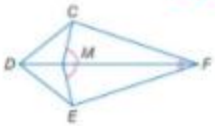
75. إذا كان $HM = 12$ و $HD = 15$، فأوجد MG. **9**

الهندسة الإحداثية مثّل بيانيًا الشكل الرباعي المعطى لك رؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً أم لا. علّل إجابتك باستخدام القانون المذكور. (الدرس 4-13)

76. $A(4, 2)$, $B(-4, 1)$, $C(-3, -5)$, $D(5, -4)$؛ قانون المسافة **76, 77. انظر الهامش**

77. $J(0, 7)$, $K(-8, 6)$, $L(-7, 0)$, $M(1, 1)$؛ قانون الميل

78. البرهان اكتب برهانًا من عمودين. **انظر الهامش.**



المعطيات: $\angle CMF \cong \angle EMF$، $\angle CFM \cong \angle EFM$

المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$

مراجعة المهارات

اكتب تعبيرًا لمنحنى كل قطعة مستقيمة باستخدام المعطيات من الإحداثيات والنقطتين الطرفيتين.

79. $(x, 4y)$, $(-x, 4y)$ **0**
80. $(-x, 5x)$, $(0, 6x)$ **1**
81. (y, x), (y, y) **غير معرّف**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

خواص متوازي الأضلاع

- الضلعان المتقابلان متطابقان ومتوازيان.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتتالية متكاملة.
- إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإن به أربع زوايا قائمة.
- القطران ينصفان بعضهما.

خواص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف

- يتميز المستطيل بجميع الخواص التي يتميز بها متوازي الأضلاع. القطران متطابقان وينصفان بعضهما. جميع زواياه الأربعة قائمة.
- يتميز المعين بجميع خواص متوازي الأضلاع. جميع أضلاعه متطابقة. القطران متعامدان وينصف كل قطر اثنين من الزوايا المتقابلة.
- لدى المربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- في شبه المنحرف متساوي الساقين، تكون زاويتا القاعدة متطابقتين والقطران متطابقين.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

base	أساس/قاعدة
base angle	زاوية قاعدية
isosceles trapezoid	شبه منحرف متساوي الساقين
kite	الطائرة الورقية
legs	ساقان
midsegment of a trapezoid	منصف ساقي شبه المنحرف
parallelogram	متوازي أضلاع
rectangle	مستطيل
rhombus	معين
square	مربّع
trapezoid	شبه منحرف

مراجعة المفردات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خطأ. إن كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لجعل الجملة صحيحة.

1. لا يوجد بشبه المنحرف متساوي الساقين زوايا متطابقة. **خطأ، كل زوجين من زوايا القاعدة**
2. إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان. **صحيحة**
3. منصف ساقي شبه المنحرف هو عبارة عن قطعة مستقيمة تربط بين أي رأسين غير متتاليين. **خطأ، القطر**
4. قاعدة شبه المنحرف هي أحد الأضلاع المتوازية. **صحيحة**
5. قطرا المعين متعامدان. **صحيحة**
6. المستطيل ليس دائمًا متوازي أضلاع. **خطأ، دائمًا**
7. الشكل الرباعي الذي يوجد به ضلعان متوازيان يكون متوازي أضلاع. **خطأ، شبه منحرف**
8. المستطيل الذي يستوفي شروط المعين يكون مربعًا. **صحيحة**
9. ساق شبه المنحرف هي أحد الضلعين المتوازيين. **خاطئة، غير المتوازيين**

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المطويات منظّم الدراسة

المطويات® دينا زايك

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى كل علامة تبويب في مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. مشيرًا إلى أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة من أجل المذاكرة لاختبار الوحدة.

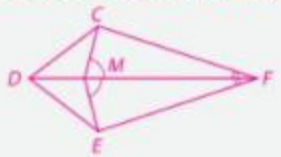
التقويم التكويني

المفردات الأساسية تشير الصفحات المرجعية المذكورة بعد كل كلمة إلى الموضع الذي ورد فيه ذلك المصطلح لأول مرة. فإذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 9-1، فذكّرهم باستخدام هذه الصفحات المرجعية لإنعاش ذاكراتهم بشأن مصطلحات المفردات.

الإجابات الإضافية (صفحة 848)

75. المعطيات: $\angle CMF \cong \angle EMF$، $\angle CFM \cong \angle EFM$

المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle CMF \cong \angle EMF$، $\angle CFM \cong \angle EFM$ (معطيات)
2. $\overline{MF} \cong \overline{MF}$، $\overline{DM} \cong \overline{DM}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\triangle CMF \cong \triangle EMF$ (زاويتين وضلع محصور ASA)
4. $\overline{CM} \cong \overline{EM}$ (النظرية CPCTC)
5. $\angle DMC$ و $\angle CMF$ متكاملتان، و $\angle DME$ و $\angle EMF$ متكاملتان. (نظرية المتكاملات)
6. $\angle DMC \cong \angle DME$ (∡ المتكاملة مع ≅ ∡ تكون ≅.)
7. $\triangle DMC \cong \triangle DME$ (مسلّمة SAS)

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي إذا كانت الأمثلة المقدمة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكّر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

14. $x = 5,\ y = 12$

15. $x = 37,\ y = 6$

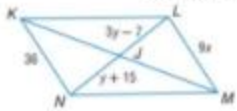
16. الإجابة النموذجية: إذا كان كلا زوجي الأضلاع المتقابلة بنفس الطول أو إذا أحد زوجي الأضلاع المتقابلة متطابقين ومتوازيين في الوقت نفسه، فإن هذه الأشكال متوازيات أضلاع. ويمكن أن تكون الأشكال متوازيات أضلاع إذا كان كلا زوجي الأضلاع المتقابلة متطابقين أو إذا كانت الأقطار ينصف بعضها البعض.

مراجعة درس بدرس

13-1 متوازيات الأضلاع

مثال 1

الجبر إذا كان $KLMN$ عبارة عن متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير المشار إليه.



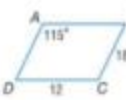
a. x

$\overline{KN} \cong \overline{LM}$	الضلعان المتقابلان في $\square$ يكونان $\cong$.
$KN = LM$	تعريف التطابق
$36 = 9x$	بالتعويض
$4 = x$	اقسم.

b. y

$\overline{NJ} \cong \overline{JL}$	قطرا $\square$ ينصفان بعضهما.
$NJ = JL$	تعريف التطابق
$y + 15 = 3y - 7$	بالتعويض
$-2y = -22$	اطرح.
$y = 11$	اقسم.

استخدم $\square ABCD$ لإيجاد جميع القياسات.



10. $m\angle ADC$ 65°
11. AD 18
12. AB 12
13. $m\angle BCD$ 115°

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع. 14, 15. **انظر الهامش.**

14.

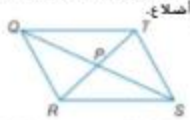
15.

16. **تصميم** ما نوع المعلومات اللازمة لتحديد ما إذا كانت الأشكال التي تكوّن نافذة الزجاج الملون متوازيات أضلاع؟ **انظر الهامش.**

13-2 اختبارات متوازيات الأضلاع

مثال 2

إذا كان $QP = 2y - 6$، $TP = 4x + 2$، $PS = 5y - 12$، و $PR = 6x - 4$. فأوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



أوجد قيمة x حيث $\overline{QP} \cong \overline{PS}$ و y حيث $\overline{TP} \cong \overline{PR}$

$TP = PR$	تعريف $\cong$
$4x + 2 = 6x - 4$	بالتعويض
$-2x = -6$	اطرح.
$x = 3$	اقسم.
$QP = PS$	تعريف التطابق $\cong$
$2y - 6 = 5y - 12$	بالتعويض
$-3y = -6$	اطرح.
$y = 2$	اقسم.

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك. 17, 18. **انظر الهامش.**

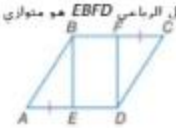
17.

18.

19. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين. **انظر الهامش.**

المعطيات: $\overline{AE} \cong \overline{CF}$، $\square ABCD$

المطلوب: الشكل الرباعي $EBFD$ هو متوازي أضلاع.



الجبر أوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع. 20, 21. **انظر الهامش.**

20.

21.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

17. نعم. النظرية 6.11
18. نعم النظرية 6.12
19. **المعطيات:** $\square ABCD$, $\overline{AE} \cong \overline{CF}$

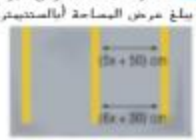
المطلوب: رباعي الأضلاع $EBFD$ هو متوازي أضلاع.

1. $ABCD$ هو متوازي أضلاع، $\overline{AE} \cong \overline{CF}$ (معطيات)
2. $AE = CF$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
3. $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ (أضلاع $\square$ المتقابلة$\cong$)
4. $AD = BC$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة.)
5. $BC = BF + CF$, $AD = AE + ED$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة.)
6. $BF + CF = AE + ED$ (التعويض.)
7. $BF + AE = AE + ED$ (التعويض.)
8. $BF = ED$ (خاصية التعويض.)
9. $\overline{BF} \cong \overline{ED}$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
10. $\overline{BF} \parallel \overline{ED}$ (تعريف $\square$)
11. الشكل الرباعي $EBFD$ متوازي أضلاع. (إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.)

20. $x = 4$, $y = 8$
21. $x = 5$, $y = 12$

13-3 المستطيلات

22. **ركن السيارات** خطوط مساحة الركن الموضحة أدناه متوازية. كم يبلغ عرض المساحة (بالسنتيمتر)؟ **150 cm**



الجبر الشكل الرباعي $EFGH$ مستطيل.

23. إذا كان $m\angle FEG = 57$، فأوجد $m\angle GEH$. **33**
24. إذا كان $m\angle HGE = 13$، فأوجد $m\angle EGF$. **77**
25. إذا كان $FK = 32$ متراً، فأوجد EG. **64**
26. أوجد $m\angle HEF + m\angle EFG$. **180**
27. إذا كان $EF = 4x - 6$، و $HG = x + 3$، فأوجد EF. **6**

مثال 3

الجبر الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن مستطيل. إذا كان $m\angle ADB = 4x + 8$ و $m\angle DBA = 6x + 12$، فأوجد قيمة x.

$ABCD$ مستطيل، إذا $m\angle ABC = 90$. بما أن كل ضلعين متقابلين متوازيان في المستطيل، والزوايا المتبادلة الداخلية للمستقيمات المتوازية متطابقة، فإن $\angle ADB \cong \angle DBC$، و $m\angle DBC = m\angle ADB$.

جمع الزوايا	$m\angle DBC + m\angle DBA = 90$
بالتعويض	$m\angle ADB + m\angle DBA = 90$
بالتعويض	$4x + 8 + 6x + 12 = 90$
اجمع.	$10x + 20 = 90$
اطرح.	$10x = 70$
اقسم.	$x = 7$

13-4 المعينات والمربعات

الجبر $ABCD$ معين. إذا كان $EB = 9$ و $AB = 12$، و $m\angle ABD = 55$، فأوجد جميع القياسات.

28. AE **7.9**
29. $m\angle BDA$ **55**
30. CE **7.9**
31. $m\angle ACB$ **53**

32. **الشعارات** شركة سيارات تستخدم الرمز الموضح على اليسار في شعارها. إذا كانت المساحة الداخلية للشعار عبارة عن معين، فما طول FJ؟ **2.5 cm**

33. **المعين؛ جميع الأضلاع متطابقة** $\cong$، **الأضلاع المتتالية متعامدة** $\perp$.

الهندسة الإحداثية بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $\square QRST$ عبارة عن معين أم مستطيل أم مربع. اذكر كل ما ينطبق. اشرح.

34. **المعين؛ جميع الأضلاع متطابقة** $\cong$، **والأقطار متعامدة** $\perp$.

33. $Q(12, 0)$, $R(6, -6)$, $S(0, 0)$, $T(6, 6)$
34. $Q(-2, 4)$, $R(5, 6)$, $S(12, 4)$, $T(5, 2)$

مثال 4

تتقاطع أقطار المعين $QRST$ في P. استخدم المعطيات لإيجاد كل قياس أو قيمة مما يلي.

a. **الجبر** إذا كان $QT = x + 7$، و $TS = 2x - 9$، فأوجد قيمة x.

تعريف المعين	$\overline{QT} \cong \overline{TS}$
تعريف التطابق	$QT = TS$
بالتعويض	$x + 7 = 2x - 9$
اطرح.	$-x = -16$
اقسم.	$x = 16$

b. إذا كان $m\angle QTS = 76$، فأوجد $m\angle TSP$.

$\overline{TR}$ ينصف $\angle QTS$، ولذا فإن $m\angle PTS = \frac{1}{2} m\angle QTS$

وإذاً $m\angle PTS = \frac{1}{2}(76)$ أو 38. وبما أن قطري المعين متعامدان، فإن $m\angle TPS = 90$.

نظرية مجموع زوايا المثلث $\triangle$	$m\angle PTS + m\angle TPS + m\angle TSP = 180$
بالتعويض	$38 + 90 + m\angle TSP = 180$
بالجمع.	$128 + m\angle TSP = 180$
اطرح.	$m\angle TSP = 52$

حقوق النشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

851

دليل استباقي

اجعل الطلاب يكملوا الدليل الاستباقي في الوحدة 13 ويناقشوا كيف تغيرت إجاباتهم الآن بعد أن أتموا الوحدة 13.

إجابات إضافية

37a. الإجابة النموذجية: ساقا شبه المنحرف جزء من أقطار مربع. تنصف أقطار المربع الزاوية المقابلة. إذًا يساوي قياس كل زاوية قاعدة في شبه المنحرف °45. أحد زوجي الأضلاع متوازيان ومتطابقان وزوايا القاعدة متطابقة.

37b. $40 + 20\sqrt{2} \approx 68.28$ cm.

13 دليل الدراسة والمراجعة عبم

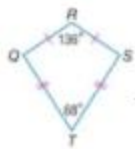
13-5 شبه المنحرف والطائرة الورقية

مثال 5

إذا كان *QRST* عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد قياس $\angle RST$.

بما أن $m\angle S = m\angle Q$، $\angle S \cong \angle Q$.

اكتب معادلة وأوجد حلها لمعرفة $m\angle S$.



نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية: $m\angle Q + m\angle R + m\angle S + m\angle T = 360$

بالتعويض: $m\angle Q + 136 + m\angle S + 68 = 360$

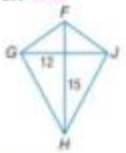
بشط: $2m\angle S + 204 = 360$

اطرح: $2m\angle S = 156$

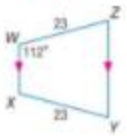
اقسم: $m\angle S = 78$

أوجد قياس كل مما يلي.

35. *GH* **19.2**



36. $m\angle Z$ **68**



37. التصميم تصميم صمم سعيد عنوانًا مربعًا كمشروع فني.

a. صف طريقة لتحديد ما إذا كانت أشباه المنحرف الموجودة في التصميم متساوية الساقين. **انظر الهامش.**

b. إذا كان محيط بلاطة هو 120 سنتيمترًا ومحيط المربع الأحمر يبلغ 40 سنتيمترًا، فما محيط شكل واحد من أشباه المنحرف؟ **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)

1a. الإجابة النموذجية: ينبغي أن تقيس الزوايا عند الرؤوس لترى إن كانت 90 أو يمكنها التحقق إن كانت الأقطار متطابقة ومتعامدة.

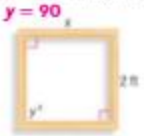
11. الإجابة النموذجية: نعم. إذا كان مستطيلاً، فستكون الأقطار متطابقة.

13 تدريب على الاختبار

1. **الفن** تصنع مبير إطارًا لبد قطعة قماش على لوحة. قامت بتثبيت أربع قطع خشبية باستخدام المسامير في أماكن تمتد أنها تمثل أربعة رؤوس للمربع.

   a. كيف يمكن لها أن تتأكد من أن قطعة القماش ستكون مربعة؟ **انظر الهامش.**

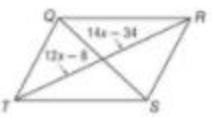
   b. إذا كانت لقطعة القماش الأبعاد الموضحة أدناه، فما القياسات المجهولة؟ $x = 0.6$ متر، $y = 90$



الشكل الرباعي $ABCD$ هو عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

2. ما الزاوية المتطابقة مع $\angle C$؟ $\angle D$
3. ما الضلع الموازي للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$؟ $\overline{DC}$
4. ما القطعة المستقيمة المتطابقة مع $\overline{AC}$؟ $\overline{BD}$

5. **الاختيار من متعدد** إذا كان $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع، فما قيمة x؟ **C**

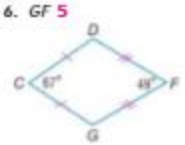


A 11 C 13

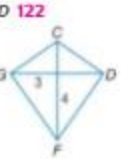
B 12 D 14

إذا كان $CDFG$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد جميع القياسات.

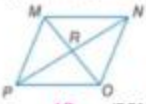
6. GF **5**



7. $m\angle D$ **122**



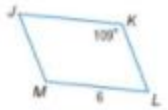
الجبر الشكل الرباعي $MNOP$ عبارة عن معيّن أوجد جميع القيم أو القياسات.



8. $m\angle MRN$ **90**
9. إذا كان $PR = 12$، فأوجد RN. **12**
10. إذا كان $m\angle PON = 124$، فأوجد $m\angle POM$. **62**

11. **الإنشاء** تبني عائلة إبراهيم جزءًا ملصقًا ببنزلهم. قامت زوجة إبراهيم بعمل فتحة لنافذة جيدة. فإذا قامت بالقياس لتعرف مدى تطابق الأضلاع المتقابلة ومدى تطابق القطرين، فهل يمكنها أن تتأكد من أن فتحة النافذة على شكل مستطيل؟ اشرح. **انظر الهامش.**

استخدم $JKLM$ □ لإيجاد جميع القياسات.



12. $m\angle JML$ **109**
13. JK **6**
14. $m\angle KLM$ **71**

الجبر الشكل الرباعي $DEFG$ مستطيل.

15. إذا كان $DF = 2(x + 5) - 7$ ، $EG = 3(x - 2)$، فأوجد GE. **21**
16. إذا كان $m\angle EDF = 5x - 3$ ، $m\angle DFG = 3x + 7$، فأوجد $m\angle EDF$. **22**
17. إذا كان $DE = 14 + 2x$ ، $GF = 4(x - 3) + 6$، فأوجد FG. **34**

حدد إذا ما كان كل الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك. **18, 19. انظر الهامش.**

18.

19.

حقوق الطبع والتأليف © McGraw-Hill Education مطبوعة لصالح مؤسسة

853

التقويم الختامي

استخدم اختبارات الوحدات ذات المستويات المختلفة لمفاضلة التقويمات من أجل طلابك.

إجابات إضافية

18. نعم. الزوايا المتقابلة متطابقة.
19. لا. الزوايا المتقابلة ليست متطابقة.

1 التركيز

الهدف تعلم كيفية تطبيق التعريفات الهندسية والخواص في حل المسائل.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطرح الأسئلة التالية:

- كيف يساعد استخدام التعريفات الهندسية والخواص في حل المسائل؟ الإجابة النموذجية: يمكن استخدام التعريفات الهندسية والخواص لحل المسائل بإيجاد القيم المجهولة.
- كيف يمكن تحديد التعريفات والخواص التي ينبغي استخدامها في السؤال؟ الإجابة النموذجية: يمكنك البحث عن الكلمات الدليلية مثل "مجموع" أو "الصورة الأصلية" أو "قياس الزاوية" أو "رباعي الأضلاع" لتحديد إن كان التعريف أو الخاصية يمكن استخدامها لتساعدك في حل المسألة.
- ما المعطيات الأخرى التي ينبغي جمعها عندما تبدأ حل المسألة؟ الإجابة النموذجية: عند حل المسألة، ينبغي كتابة أي قيم أو قياسات زوايا أو معادلات مقدمة في المسألة.

تطبيق التعريفات والخواص

تتطلب كثير من مسائل الهندسة على الاختبارات القياسية تطبيق التعريفات والخواص في حلها. استخدم هذا القسم في ممارسة تطبيق التعريفات ليساعدك ذلك في حل فقرات الاختبار ذات الإجابات الموسعة.

إستراتيجيات تطبيق التعريف والخواص

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

- حدد ما الذي تطلب منك إيجاده.
- ادرس أية أشكال معطاة في المسألة.
- **اسأل نفسك:** ما المبادئ أو الخواص التي لهذا الشكل ويمكنني تطبيقها في حل المسألة؟

الخطوة 2

حل المسألة.

- حدد التعريفات أو المفاهيم الهندسية التي يمكنك استخدامها في إيجاد المجاهيل في المسألة.
- استخدم التعريفات وخواص الأشكال في إنشاء معادلة وقم بحلها.

الخطوة 3

- تحقق من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

تقوم مجموعة فنون مسرحية ببناء مسرح يحيط به الجمهور من كل الجوانب لتقديمعليه أعمالها القادمة. سيكون المسرح على شكل ثماني أضلاع منتظم محيطه 28 مترًا.

a. ما الطول المتر من لكل لوح لتكوين أضلاع المسرح؟

b. ما الزاوية التي من المتر من قطع طرف كل لوح بها حتى يتم تركيبها معًا على النحو المناسب لتكوين المسرح؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اقرأ المسألة بعناية. علمت أن الألواح تكوّن ثماني أضلاع محيطه 28 مترًا. مطلوب منك إيجاد طول كل لوح والزاوية التي تقطع بها ليتم تركيبها معًا على النحو الصحيح.

لإيجاد طول كل لوح، اقسم المحيط على عدد الأضلاع.

$$28 \div 8 = 3.5$$

إذًا من المفترض أن يكون طول كل لوح 3.5 أمتار أو 3 أمتار و 50 سنتيمترًا.

استخدم خاصية مجموع الزوايا الداخلية لمضلع محدب لإيجاد قياس الزاوية الداخلية للشكل الثماني المنتظم. أولاً أوجد مجموع الزوايا الداخلية S.

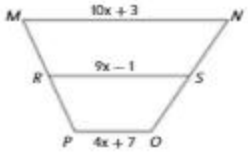
$$S = (n - 2) \cdot 180$$
$$= (8 - 2) \cdot 180$$
$$= 1080$$

إذًا قياس زاوية الشكل الثماني المنتظم الداخلية هو $1080 \div 8$، أو 135°. ولأنه يتم استخدام لوحين لتكوين كل رأس من رؤوس المسرح، فإنه يجب قطع نهاية كل لوح بزاوية قدرها $135 \div 2$، أو 67.5°.

التمارين

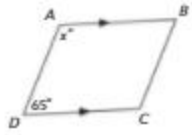
اقرأ كل مسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

1. $\overline{RS}$ منصف ساقين يشبه المنحرف MNOP. ما طول $\overline{RS}$؟ **D**



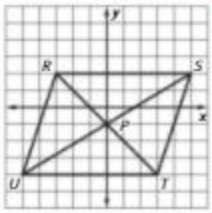
A. 14 وحدة
B. 19 وحدة
C. 23 وحدة
D. 26 وحدة

2. إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$، فأوجد قيمة x. **J**



F 32.5
G 65
H 105
J 115

3. استخدم التمثيل البياني الموضح أدناه لتجيب عن الأسئلة. **a, b. انظر الهامش.**



a. هل يتعامد قطرا الشكل الرباعي $RSTU$؟ استخدم قانون المسافة للتحقق من إجابتك.

b. ما نوع الشكل الرباعي $RSTU$؟ اشرح باستخدام خواص و/أو تعريفات هذا النوع من الأشكال الرباعية.

4. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل ثماني أضلاع منتظم؟ **C**

A 45
B 135
C 360
D 1080

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

تدريب على الاختبار المعياري

صممت منصّة قفز على شكل سداسي أضلاع منتظم. وكان محيط المنصة 10.8 قدمًا.

a. ما طول كل ضلع من أضلاع المنصة؟ 1.75 متر

b. ما قياس الزاوية التي تكوّنت في كل ركن من أركان المنصة؟ 120

3 التقويم

استخدم التمارين من 1 إلى 4 لتقويم استيعاب الطلاب.

إجابات إضافية

3a. الإجابة النموذجية: نعم. لأن $UP = \sqrt{34}$ و $PS = \sqrt{34}$، $RP = 3\sqrt{2}$ و $PT = 3\sqrt{2}$. تنصف الأقطار بعضها البعض.

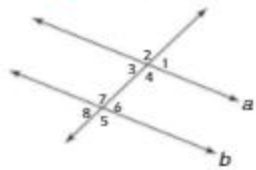
3b. الإجابة النموذجية: متوازي أضلاع؛ إذا كان القطران في الشكل الرباعي ينصفان بعضهما، فإن الشكل عبارة عن متوازي أضلاع.

13 تدريب على الاختبار المعياري
تراكمي: الوحدات من 1 إلى 13

الاختيار من متعدّد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. إذا كان $a \parallel b$، فأي مما يلي ليس صحيحًا؟ **D**

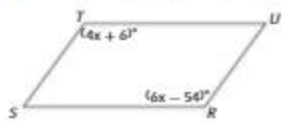


A $\angle 1 \cong \angle 3$
C $\angle 2 \cong \angle 5$
B $\angle 4 \cong \angle 7$
D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. صنّف المثلث الموجود أدناه حسب قياسات زواياه. اختر المصطلح الأنسب. **G**

F. حاد الزاوية
G متساوي الزوايا
H. منفرج الزاوية
J قائم الزاوية

3. قم بالحل لإيجاد قيمة x في متوازي الأضلاع $RSTU$. **D**



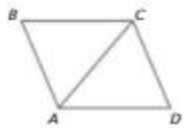
A 12
C 25
B 18
D 30

نصيحة عند حل الاختبار
السؤال 3 استخدم خواص متوازيات الأضلاع في حل المسألة. الزوايا المتعاقبة متطابقة.

4. أعلى نقطة في كارولينا الشمالية هي جبل ميتشيل الذي يبلغ ارتفاعه 611 مترًا فوق مستوى سطح البحر. افترض أن موضع المتسلق يتحدد من العلاقة $p(t) = -2.5t + 611$، حيث t هي عدد الدقائق. أي مما يلي الأنسب في تفسير ميل الدالة؟ **H**

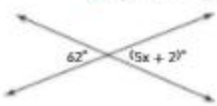
F الموضع المبدئي للمتسلق كان تحت مستوى سطح البحر بمقدار 611 مترًا.
G الموضع المبدئي للمتسلق كان فوق مستوى سطح البحر بمقدار 611 مترًا.
H يهبط المتسلق بمعدل 2.5 متر في الدقيقة.
J يصعد المتسلق بمعدل 2.5 متر في الدقيقة.

5. الشكل الرباعي $ABCD$ معين. إذا كان $m\angle BCD = 120$، فأوجد $m\angle DAC$. **B**



A 30
C 90
B 60
D 120

6. ما قيمة x في الشكل التالي؟ **G**



F 10
H 14
G 12
J 15

7. أيّ من العبارات التالية صحيح؟ **C**

A جميع المستطيلات مربعات.
B جميع المعينات مربعات.
A جميع المستطيلات متوازيات أضلاع.
D جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات.

حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

856 | الوحدة 13 | تدريب على الاختبار المعياري

خيارات الواجب المنزلي

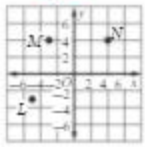
الاستعداد للوحدة 14 عيّن للطلاب تمارين في الصفحة 859 كواجب منزلي لتقويم مستواهم لمعرفة هل حققوا المهارات المطلوبة للوحدة التالية أم لا.

الإجابة التحسيرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. **الإجابة الشبكية** المسافة اللازمة للسيارة حتى تتوقف تتناسب طرديًا مع مربع سرعتها. إذا كانت السيارة يمكن أن تتوقف خلال 242 مترًا بسرعة 22 كيلومترًا في الساعة، فكم عدد الأمتار اللازمة حتى تتوقف وهي بسرعة 30 كيلومترًا في الساعة؟ **450**

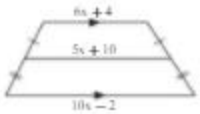
9. ما إحداثيات النقطة O ، الرأس الرابع في شبه منحرف متساوي الساقين؟ اكتب الحل هنا. **(6, −3)**



10. ماذا تعرف عن متوازي الأضلاع إذا كان قطراه متعامدين؟ اشرح.
الإجابة النموذجية:
متوازي الأضلاع مربع أو معين.

11. أحرزت رنا 84 هدفًا ميدانيًا خلال موسم كرة السلة بإجمالي 183 نقطة. كل هدف ميداني يعادل نقطتين أو ثلاث نقاط. كم عدد الأهداف الميدانية التي تعادل نقطتين وعدد الأهداف الميدانية التي تعادل ثلاث نقاط التي أحرزتها رنا خلال الموسم؟
15 هدف ميداني من التي تعادل ثلاث نقاط و 69 هدفًا ميدانيًا من التي تعادل نقطتين

12. **الإجابة الشبكية** أوجد الحل لمعرفة قيمة x في الشكل التالي. قرب إلى أقرب جزء من عشرة إن لزم الأمر. **3**



13. **الإجابة الشبكية** يدفع أحمد أندية جميع التشكيلات مبلغ AED 180 نظير استئجار كشك لبيع الوجبات السريعة في إحدى مباريات كرة القدم. يقومون بشراء علب الصودا مقابل AED 0.25 ويبيعونها في المباراة بمبلغ AED 1.15. كم عدد العلب التي يجب بيعها حتى يصلوا إلى نقطة التعادل أي نقطة تكلفة ما أنفقوه دون تحقيق أي أرباح؟ **200**

الإجابة المبوسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

14. حدد مدى إمكانية إثبات أن كل شكل مما يلي هو متوازي أضلاع. إن تعذر الإثبات، فاذكر المعلومات الأخرى المطلوبة لإثبات ذلك. اشرح استنتاجك.
a–c. انظر الهامش.

a.

b.

c.

حقوق الطبع والتأليف © بمحفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

14a. نعم، تكون الأضلاع المتقابلة متطابقة مما يدل على أن الشكل عبارة عن متوازي أضلاع.

14b. لا ، يوجد زوج واحد من الأضلاع المتقابلة متوازيًا. ستحتاج إلى أن توضح أنه إما 1) أن الأضلاع المتوازية متطابقة أيضًا، أو 2) أن الزوج الآخر من الأضلاع المتقابلة متوازٍ.

14c. نعم، تكون الزوايا المتقابلة متطابقة مما يدل على أن الشكل عبارة عن متوازي أضلاع.

الصفحات 810–807، الدرس 1-13

7. البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\square ABCD$ (معطى)
2. $AB \parallel CD;\ AC \parallel BD$ (تعريف متوازي الأضلاع)
3. $\angle A$ زاوية قائمة. (معطى)
4. $m\angle A + m\angle C = 180$ (الزوايا الداخلية المتتالية تكون متكاملة)
5. $m\angle C = 90$ (حساب قيمة $m\angle C$)
6. $m\angle A + m\angle B = 180$ (الزوايا الداخلية المتتالية تكون متكاملة)
7. $m\angle B = 90$ (حساب قيمة $m\angle B$)
8. $m\angle B + m\angle D = 180$ (الزوايا الداخلية المتتالية تكون متكاملة)
9. $m\angle D = 90$ (حساب قيمة $m\angle D$)
10. $\angle C$ و $\angle B$ و $\angle D$ عبارة عن زوايا قائمة $(m\angle C = 90,\ m\angle B = 90,\ m\angle D = 90)$

8. البرهان: لدينا معطيات بأن الشكل $XYZW$ عبارة عن متوازي أضلاع. وبما أن الأضلاع المتقابلة لمتوازيات الأضلاع تكون متطابقة، نجد أن $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$. لدينا معطيات كذلك بأن الشكل $YRSZ$ عبارة عن متوازي أضلاع. ومن ثم فإن $\overline{YZ} \cong \overline{RS}$. حسب تعريف خاصية التعدي، يصبح لدينا $\overline{XW} \cong \overline{RS}$.

23. البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $ABCD$ شكل متوازي أضلاع (معطى)
2. $\angle BAD \cong \angle BCD$ (الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.)
3. $ABDE$ شكل متوازي أضلاع (معطى)
4. $AB \parallel ED$ (تعريف متوازي الأضلاع)
5. $\angle BAD \cong \angle ADE$ (الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة)
6. $\angle BCD \cong \angle ADE$ (خاصية التعدي)
7. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة)
8. $\overline{AB} \cong \overline{ED}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة)
9. $\overline{DC} \cong \overline{ED}$ (خاصية التعدي)
10. $\angle AED \cong \angle ABD$ (الزوايا المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة)
11. $\angle ABD \cong \angle$BDC (الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة)
12. $\triangle ADE \cong \triangle BCD$ (مسلّمة ASA)

24. البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين (معطى)
2. $\angle LMN \cong \angle LNM$ (نظرية المثلث متساوي الساقين)
3. $\angle LNM$ تكون متكاملة مع $\angle LNM$ ($\angle LNP$ و $\angle LNP$ تشكّل زاوية مستقيمة)
4. $\angle LMN$ تكون متكاملة مع $\angle LNP$ (الزوايا المتطابقة تكون متكاملة للزاوية نفسها)
5. KLNP شكل متوازي أضلاع (معطى)
6. $\angle LNP$ تكون متكاملة مع $\angle KPN$ (الزوايا المتتالية في متوازي الأضلاع تكون متكاملة)
7. $\angle KPN$ تكون متكاملة مع $\angle LMN$. (خاصية التعدي.)

25. البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\square GKLM$ (معطى)
2. $\overline{GK} \parallel \overline{ML},\ \overline{GM} \parallel \overline{KL}$ (أضلاع $\square$ المتقابلة تكون متوازية $\parallel$.)
3. $\angle G$ و $\angle K$ متكاملتان، $\angle K$ و $\angle L$ متكاملتان $\angle L$ و $\angle M$ متكاملتان و $\angle M$ و $\angle G$ متكاملتان. (الزوايا الداخلية المتتالية $\measuredangle$ متكاملة.)

26. البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\square WXYZ$ (معطى)
2. $\overline{WX} \cong \overline{ZY},\ \overline{WZ} \cong \overline{XY}$ (أضلاع $\square$ المتقابلة تكون $\cong$.)
3. $\angle ZWX \cong \angle XYZ$ (أضلاع $\square$ $\measuredangle$ المتقابلة تكون $\cong$.)
4. $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$ (مسلمة تساوي ضلعين وزاوية)

27. البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\square PQRS$ (معطى)
2. ارسم قطعة مستقيمة مساعدة $\overline{PR}$ وسم الزوايا 1 و 2 و 3 و 4 كما هو موضح. (قطر $PQRS$)
3. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR},\ \overline{PS} \parallel \overline{QR}$ (أضلاع $\square$ المتقابلة تكون متوازية $\parallel$.)
4. $\angle 2 \cong \angle 1$ و$\angle 4 \cong \angle 3$ (نظرية $\measuredangle$ الداخلية المتبادلة.)
5. $\overline{PR} \cong \overline{RP}$ (خاصية الانعكاس)
6. $\triangle QPR \cong \triangle SRP$ (مسلمة زاويتين وضلع محصور)
7. $\overline{PQ} \cong \overline{RS},\ \overline{QR} \cong \overline{SP}$ (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة)

28. البرهان: تذكر المعطيات أن $ACDE$ is a متوازي أضلاع.
حيث إن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\overline{EA} \cong \overline{DC}$. حسب تعريف متوازي الأضلاع، فإن $\overline{EA} \parallel \overline{DC}$. $\angle DCB \cong \angle AEB$ و $\angle EAB \cong \angle$CDB حيث إن الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
$\triangle EBA \cong \triangle CBD$ حسب مسلّمة زاويتين وضلع محصور.
$\overline{EB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BD}$ حسب تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة. وحسب تعريف القطعة المستقيمة المنصفة، $\overline{EC}$ ينصف $\overline{AD}$ و $\overline{AD}$ ينصف $\overline{EC}$.

37. البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\square EFGH$ (معطى)
2. $\overline{EH} \cong \overline{GF}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
3. $\overline{EF} \cong \overline{HG}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
4. $\overline{HJ}$ ينصف $\overline{EF}$ و$\overline{EK}$ ينصف $\overline{HG}$. (معطى)
5. $\overline{EJ} \cong \overline{GK}$ ($\overline{HJ}$ ينصف $\overline{EF}$ و $\overline{EK}$ ينصف $\overline{HG}$ و $\overline{EF} \cong \overline{HG}$)
6. $\angle$JEH $\cong \angle KGF$ (الزوايا المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
7. $\triangle EJH \cong \triangle GKF$ (مسلّمة SAS)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

صفحة 814، الدرس 2-13 (تمرين موجّه)

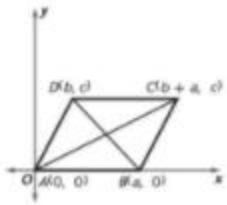
2.

حيث إن $AD = BC$, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. وتذكر المعطيات أن أضلاع ورقة لوحة الإعلانات متوازية. فإن $\overline{AB} \cong \overline{DC}$. ومن ثم، حسب النظرية 12.6، فإن رباعي الأضلاع $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. وبما أنه حسب التعريف أن الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متوازية، نعلم أن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

الصفحات 818-821، الدرس 2-13

8. **المعطيات:** $ABCD$ متوازي أضلاع.

المطلوب: $\overline{AC}$ و $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر.



البرهان:

نقطة منتصف $\overline{AC}$

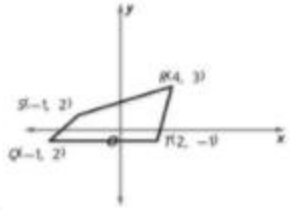
$$= \left(\frac{0 + (a + b)}{2}, \frac{0 + c}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{a + b}{2}, \frac{c}{2}\right)$$

نقطة منتصف $\overline{DB}$

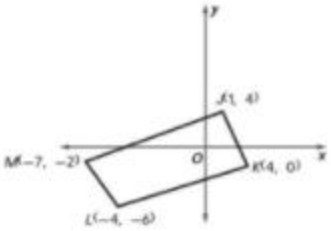
$$= \left(\frac{(a + b)}{2}, \frac{0 + c}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{a + b}{2}, \frac{c}{2}\right)$$

$\overline{AC}$ و $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر.

15. لا. ليس متوازي أضلاع. ميل SR يساوي $\frac{1}{5}$ وميل QT يساوي 1. ومن ثم هذه الأضلاع المتقابلة ليست متوازية.



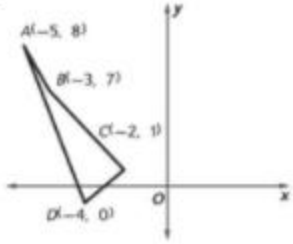
16. نعم. متوازي أضلاع. ميل JK يساوي $\frac{4}{3}$ وميل ML يساوي $-\frac{4}{3}$ ومن ثم هذه الأضلاع المتقابلة متوازية. ميل JM يساوي $\frac{3}{4}$ وميل LK يساوي $\frac{3}{4}$ ومن ثم، فإن هذه الأضلاع المتقابلة تكون متوازية.



17. لا، هذا ليس متوازي أضلاع.

$$\overline{AB} = \sqrt{(-5 - 3)^2 + (8 - 7)^2} = \sqrt{65},$$
$$\overline{CB} = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (1 - 7)^2} = \sqrt{61},$$
$$\overline{BD} = \sqrt{(-3 - 4)^2 + (7 - 0)^2} = \sqrt{50},$$
$$\overline{DA} = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (0 - 8)^2} = \sqrt{65}$$

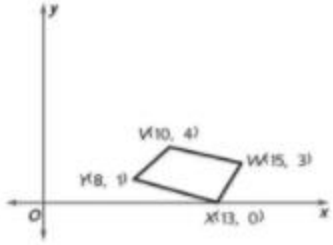
بما أن الأضلاع المتقابلة ليست متطابقة، فإن هذا ليس بمتوازي أضلاع.



18. نعم، هذا متوازي أضلاع.

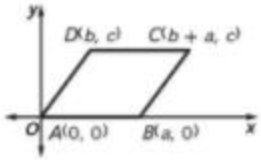
$$\overline{VW} = \sqrt{(15 - 10)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{26}$$
$$\overline{XY} = \sqrt{(13 - 8)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{26},$$

ميل VW يساوي $-\frac{1}{5}$. وميل XY يساوي $-\frac{1}{5}$. بما أن الأضلاع المتقابلة تكون متوازية ومتطابقة، فإن هذا متوازي أضلاع.



19. **المعطيات:** $\overline{AB} \cong \overline{CD}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$

المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.



البرهان:

ميل $\overline{AD} = \frac{c - 0}{b - 0} = \frac{c}{b}$

ميل $\overline{AB}$ هو 0.

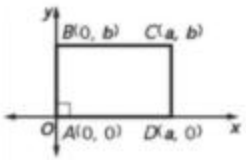
ميل $\overline{BC} = \frac{c - 0}{b + a - a} = \frac{c}{b}$

ميل $\overline{CD}$ هو 0.

إذًا، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. إذًا، من تعريف متوازي الأضلاع، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

20. المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.
$\angle A$ زاوية قائمة.



المطلوب: $\angle B$ و $\angle C$ و $\angle D$ زوايا قائمة.

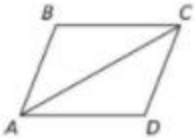
البرهان:

ميل $\overline{BC} = \left(\frac{b-b}{a-0}\right)$ أو 0 — ميل $\overline{CD}$ غير محدد.

ميل $\overline{AD} = \left(\frac{0-0}{a-0}\right)$ أو 0 — ميل $\overline{AB}$ غير محدد.

إذا، $\overline{AD} \perp \overline{CD}$ و $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ و $\overline{BC} \perp \overline{AB}$. ومن ثم، $\angle B$ و $\angle C$ و $\angle D$ زوايا قائمة.

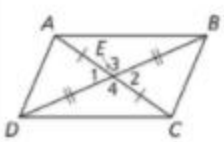
21. المعطيات: $\angle A \cong \angle C$ و $\angle B \cong \angle D$



المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان: ارسم $\overline{AC}$ لتكون مثلثين. مجموع زوايا المثلث الواحد يساوي 180. إذًا فمجموع الزوايا للمثلثين يساوي 360. إذًا.
$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360$. حيث إن
$\angle A \cong \angle D$ و $\angle B \cong \angle C$ و $m\angle A = m\angle C$ و $m\angle B = m\angle D$.
بالتعويض، $m\angle A + m\angle A + m\angle B + m\angle B = 360$. إذًا
$2(m\angle A) + 2(m\angle B) = 360$. بقسم كل طرف على 2 ينتج
$m\angle A + m\angle B = 180$. إذًا فالزوايا المتجاورة متكاملة و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.
بالمثل، $2(m\angle A) + 2(m\angle D) = 360$ أو $m\angle A + m\angle D = 180$.
إذًا فهذه الزوايا المتجاورة متكاملة $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ الأضلاع المتقابلة متوازي، إذًا $ABCD$ متوازي أضلاع.

23. المعطيات: $\overline{AE} \cong \overline{EC}$ و $\overline{DE} \cong \overline{EB}$



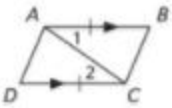
المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\overline{AE} \cong \overline{EC}$ و $\overline{DE} \cong \overline{EB}$ (معطى)
2. $\angle 4 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 1$ (الزوايا المتقابلة بالرأس $\angle$ تكون $\cong$.)
3. $\triangle ADE \cong \triangle CBE$ و $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (مسلمة تساوي ضلعين وزاوية)
4. $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة)
5. $ABCD$ متوازي أضلاع. (إذا كان زوجا الأضلاع المتقابلة $\cong$، فإن الشكل الرباعي عبارة عن $\square$)

24. المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$



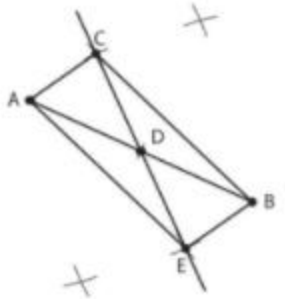
المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ (معطى)
2. ارسم $\overline{AC}$. (نقطتان تحددان المستقيم.)
3. $\angle 2 \cong \angle 1$ (إذا كان المستقيمان $\parallel$، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة $\measuredangle$ تكون $\cong$.)
4. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ (خاصية الانعكاس)
5. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (مسلمة تساوي ضلعين وزاوية)
6. $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة)
7. $ABCD$ متوازي أضلاع. (إذا كان زوجي الأضلاع المتقابلة $\cong$، فإن الشكل الرباعي عبارة عن $\square$)

25. حسب النظرية 13.9 ، إذا كنت أقطار رباعي الأضلاع تنصف بعضها البعض، فإن رباعي الأضلاع عبارة عن متوازي أضلاع. ابدأ برسم وتنصيف القطع المستقيمة $\overline{AB}$. ثم ارسم مستقيمًا يتقاطع مع القطعة المستقيمة الأولى في نقطة منتصفها D. عيّن النقطة C على أحد جانبي هذا المستقيم ثم أنشئ القطعة المستقيمة $\overline{DE}$ بحيث تطابق $\overline{CD}$ على الجانب الآخر من D. والآن لديك قطع مستقيمة متقاطعة ينصف بعضها البعض. صل النقطة A بالنقطة C والنقطة C بالنقطة B والنقطة B بالنقطة E والنقطة E بالنقطة A لتكوّن الشكل $\square ACBE$.



29. البرهان الإحداثي: أقطار متوازي الأضلاع تنصف بعضها البعض، ومن ثم، فإن نقطة منتصف الأقطار $E\left(\frac{a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$.

$$\overline{DE} = \sqrt{\left(b - \frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(c - \frac{c}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(a-b)^2 - c^2},$$

$$\overline{AE} = \sqrt{\left(0 - \frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(0 - \frac{c}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 2ab + b^2 - c^2},$$

$$\overline{CE} = \sqrt{\left(a + b - \frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(c - \frac{c}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 2ab + b^2 - c^2},$$

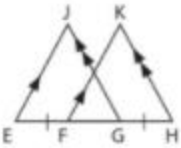
$$\overline{BE} = \sqrt{\left(a - \frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(0 - \frac{c}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(a-b)^2 - c^2},$$

بناءً عليه، فإن $\overline{DE} \cong \overline{BE}$ و $\overline{AE} \cong \overline{CE}$. بما أن الأضلاع المتقابلة لمتوازيات الأضلاع تكون متطابقة، فإننا نعلم أن $\overline{DA} \cong \overline{CB}$ و $\overline{DC} \cong \overline{AB}$. ومن ثم، وحسب مسلمة SSS، فإن $\triangle DEC \cong \triangle BEA$ و $\triangle AED \cong \triangle CEB$. وهكذا، نكون قد أوضحنا أن أقطار متوازي الأضلاع تشكل زوجين من المثلثات المتطابقة.

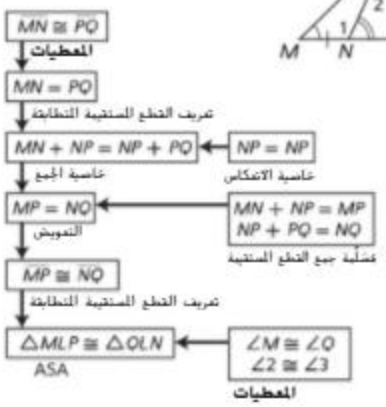
36. تدور النظريتان حول أقطار متوازي الأضلاع. يمكن استخدام النظرية 13.5 إذا كنا نعلم بالفعل أن الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع من أجل إثبات أن الأقطار تنصف بعضها البعض. ويمكن استخدام النظرية 13.9 لإثبات أن الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع إذا كنا نعلم بالفعل أن الأقطار تنصف بعضها البعض.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

48. البرهان:



49. البرهان:



صفحة 822، اختبار نصف الوحدة

7. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\square GFBA$ و $\square HACD$ (معطى)
2. $\angle D \cong \angle A$ و $\angle F \cong \angle A$ (أضلاع ∠ المتقابلة $\square$ تكون≅)
3. $\angle F \cong \angle D$ (خاصية التعدي.)

10. الإجابة النموذجية: يوضع الساقين بحيث تنصف بعضها البعض. ومن ثم يكون رباعي الأضلاع المتكون حول أطراف الساقين دائمًا متوازي أضلاع. وبالتالي، يكون أعلى الحامل موازيًا للأرض.

12. نعم، كلا زوجي الأضلاع المتقابلة لا بد وأن يكونا متطابقًا. المسافة بين A و B تساوي $\sqrt{26}$. والمسافة بين B و C تساوي $\sqrt{10}$. المسافة بين C و D تساوي $\sqrt{26}$. المسافة بين D و A تساوي $\sqrt{10}$ بما أن زوجي الأضلاع المتقابلة متطابقان، فإن $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع.

13. لا . يجب أن يكون كلا زوجي الأضلاع المتقابلة متوازيًا. وحيث إن ميل $\overline{QR} \neq$ ميل $\overline{TS}$ فإن الشكل $QRST$ ليس متوازي أضلاع.

الصفحات 8278283، الدرس 3-13

20. البرهان:

العبارات (المبررات)

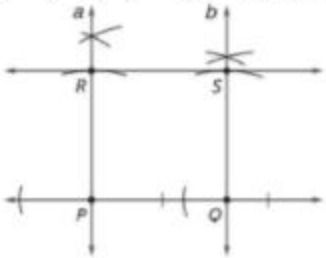
1. $\triangle XZY$ مثلث متساوي الساقين (معطى)
2. $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}$ (تعريف المثلث متساوي الساقين.)
3. $\triangle VZY \cong \triangle WZX$. (معطى)
4. $\overline{WZ} \cong \overline{VZ}$ (النظرية $CPCTC$)
5. $\overline{VX} \cong \overline{WY}$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)
6. $VWXY$ مستطيل. (إذا كانت أقطار متوازي الأضلاع متطابقة، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن مستطيل.)

21. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $ABCD$ هو مستطيل (مُعطى)
2. $m\angle A = m\angle B = m\angle C = m\angle D = 90$ (تعريف المستطيل)
3. $\overline{AB} \cong \overline{DC}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$ (تعريف المستطيل)
4. M نقطة منتصف $\overline{AB}$، N نقطة منتصف $\overline{BC}$، O نقطة منتصف $\overline{DC}$ و P نقطة منتصف $\overline{AD}$. (المعطيات)
5. $\overline{AM} \cong \overline{MB} \cong \overline{DO} \cong \overline{OC}; \overline{AP} \cong \overline{PD} \cong \overline{BN} \cong \overline{NC}$ (تعريف نقطة المنتصف)
6. $\triangle AMP \cong \triangle MBN \cong \triangle OCN \cong \triangle ODP$ (مسلّمة SAS)
7. $\overline{PM} \cong \overline{MN} \cong \overline{NO} \cong \overline{PO}$ (النظرية $CPCTC$)
8. $MNOP$ عبارة عن متوازي أضلاع (الأضلاع المتقابلة متطابقة)

34. الإجابة النموذجية: باستخدام المنقلة، نجد أن $m\angle P = m\angle Q = 90$. تم استخدام نفس فتحة الفرجار لتحديد أماكن النقاط S و R إذًا، فهما على نفس المسافة من النقطتين Q و P على التوالي. RQ و SP متساويان، ومن ثم فإن الأقطار متطابقة. بناءً عليه، $PQSR$ عبارة عن مستطيل.



الصفحات 835-837، الدرس 4-13

14. البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\triangle WPX$ مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية. (المعطيات)
2. $\overline{LM} \cong \overline{MN}, m\angle WPX = 90$ (تعريف المثلث متساوي الساقين قائم الزاوية.)
3. $m\angle PWX = m\angle PXW = 45$ (نظرية مجموع زوايا المثلث)
4. $\triangle WPX \cong \triangle ZPY$ (معطيات)
5. $\triangle PWX \cong \triangle PZY$ (النظرية $CPCTC$)
6. $WX \parallel ZY$ (الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
7. $\overline{ZX} \cong \overline{ZY}$ (النظرية CPCTC)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8. $WXYZ$ متوازي أضلاع (زوج واحد من الأضلاع المتقابلة تكون متوازيًا ومتطابقًا)
9. $WXYZ$ معيّن (الأقطار متعامدة على بعضها البعض.)
10. $\angle XPW \cong \angle XPY$ (عبارة عن زوايا متكاملة)
11. $\overline{XP} \cong \overline{YP}$ (النظرية $CPCTC$)
12. $\triangle WPX \cong \triangle XPY$ (مسلمة SAS)
13. $\overline{WX} \cong \overline{XY}$ (النظرية $CPCTC$)
14. $WXYZ$ معيّن (الأضلاع المتجاورة من متوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
15. $m\angle WXY = 90$ ($m\angle WXP + m\angle PXY = 45 + 45 = 90$)
16. $WXYZ$ معيّن ($WXYZ$ متوازي أضلاع بزاوية قائمة واحدة)
17. $WXYZ$ مربع ($WXYZ$ عبارة عن مستطيل ومعيّن.)

15. البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $LMPQ$ متوازي أضلاع (معطيات)
2. $\overline{LM} \cong \overline{QO}, \overline{LQ} \cong \overline{MO}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
3. K ينصف LM و N ينصف MO و P ينصف OQ و R ينصف LQ. (معطيات)
4. $\overline{LK} \cong \overline{KM}, \overline{MN} \cong \overline{NO}, \overline{QP} \cong \overline{PO}, \overline{LR} \cong \overline{RQ}$ (تعريف المنصّفات)
5. $\overline{LK} \cong \overline{KM} \cong \overline{QP} \cong \overline{PO}, \overline{LR} \cong \overline{RQ} \cong \overline{MN} \cong \overline{NO}$ (خاصية التعدي)
6. $\angle M \cong \angle Q, \angle L \cong \angle O$ (الزوايا المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
7. $\angle M \cong \angle L$ (معطيات)
8. $\angle L \cong \angle Q \cong \angle M$ (خاصية التعدي)
9. $\triangle KLR \cong \triangle PQR \cong \triangle PON \cong \triangle KMN$ (مسلمة SAS)
10. $\overline{KR} \cong \overline{RP} \cong \overline{PN} \cong \overline{NK}$ (النظرية $CPCTC$)
11. $KNPR$ معيّن
($KNPR$ عبارة عن شكل الشكل الرباعي له أربعة أضلاع متطابقة)

16. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $ABDE$ مربع (معطى)
2. $\overline{AB} \cong \overline{ED}$ (الأضلاع المتقابلة للمربع تكون متطابقة.)
3. $\triangle ABE \cong \triangle BCD$ (معطيات)
4. $\overline{BC} \cong \overline{AB}$ ($CPCTC$ النظرية)
5. $\overline{ED} \cong \overline{BC}$ (خاصية التعدي)
6. $\overline{BE} \cong \overline{CD}$ ($CPCTC$ النظرية)
7. $BCDE$ عبارة عن متوازي أضلاع (الأضلاع المتقابلة متطابقة)

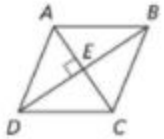
33. المعطيات: $ABCD$ مستطيل.

المطلوب: كل قطر يقطع زاويتين متقابلتين.

البرهان: تذكر المعطيات أن الشكل $ABCD$ عبارة عن معين. وحسب تعريف المعين. فإن $ABCD$ متوازي أضلاع. تكون الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة. إذًا. $\angle ADC \cong \angle ABC$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DA}$ و $\angle BAD \cong \angle BCD$ لأن جميع أضلاع المعين تكون متطابقة.$\triangle ADC \cong \triangle ABC$ حسب مسلمة SAS. $6 \cong 5$ و $8 \cong 7$ حسب النظرية CPCTC. $\triangle BAD \cong \triangle BCD$ حسب مسلمة SAS.

$2 \cong 1$ و $4 \cong 3$ بحسب مسلمة تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة. وبحسب تعريف منصف الزاوية، ينصف كل قطر زوجًا من الزوايا المتقابلة.

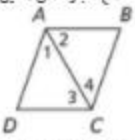
34. المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.
$\overline{AC} \perp \overline{BD}$



المطلوب: $ABCD$ معين.

البرهان: تذكر المعطيات أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع. تنصف أقطار متوازي الأضلاع بعضها البعض، إذًا $\overline{AE} \cong \overline{EC}, \overline{BE} \cong \overline{BE}$ حيث غن تطابق القطع المستقيمة انعكاسي. تذكر المعطيات أيضًا أن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$. ومن ثم، $\angle AEB$ و $\angle BEC$ زوايا قائمة بحسب تعريف المستقيمات المتعامدة. إذًا، $\angle AEB \cong \angle BEC$ لأن جميع الزوايا القائمة تكون متطابقة. بناءً عليه، $\triangle AEB \cong \triangle CEB$ حسب مسلمة SAS. $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ حسب النظرية $CPCTC$. الجوانب المتقابلة لمتوازيات الأضلاع تكون متطابقة، ومن ثم فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. وبما أن تطابق المستقيمات يكون متعديًا، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{AD}$. جميع الأضلاع الأربعة للشكل $ABCD$ تكون متطابقة، ومن ثم فإن$ABCD$ عبارة عن معين حسب التعريف.

35. إذا كان قطر متوازي الأضلاع ينصف زاويته، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن معين.

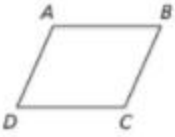


المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع القطر $\overline{AC}$ ينصف $\angle DAB$ و $\angle BCD$.

المطلوب: $\square ABCD$ معيّن.

البرهان: تذكر المعطيات أن الشكل $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. وبما أن الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متوازية. فإن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. حسب التعريف، فإن $\angle 2$ و $\angle 3$ عبارة عن زوايا داخلية متبادلة للأضلاع المتوازية $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$. بما أن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة، فإن $\angle 3 \cong \angle 2$. يكون التطابق الزاوي تناظريًا. إذًا $\angle 2 \cong \angle 3$. تذكر المعطيات أن $\overline{AC}$ ينصف $\angle DAB$ و $\angle BCD$ ومن ثم، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 3$ حسب التعريف. وحسب خاصية التعدي، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$. بما أن الزوايا المتطابقة للأضلاع المتقابلة في المثلث متطابقة، فإن $\overline{DC} \cong \overline{AD}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. إذا. حيث إن زوجًا من الأضلاع المتجاورة لمتوازي الأضلاع متطابق، فإن $ABCD$ عبارة عن معين.

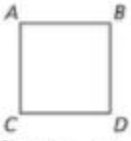
36. المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع $\overline{BC} \cong \overline{AB}$.



المطلوب: $ABCD$ معين.

البرهان: حيث إن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، إذًا $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{CD} \cong \overline{AB}$. وتذكر المعطيات أن $\overline{BC} \cong \overline{AB}$ إذًا حسب خاصية التعدي، فإن $\overline{BC} \cong \overline{CD}$ إذًا $\overline{BC} \cong \overline{AB} \cong \overline{AD} \cong \overline{CD}$ إذًا $ABCD$ معين بحسب تعريفه.

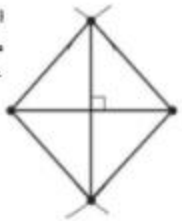
37. المعطيات: $ABCD$ مستطيل ومعين.

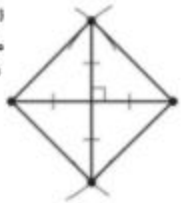


المطلوب: أن $ABCD$ مربع.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ مستطيل ومعين. يعني ذلك أن $ABCD$ متوازي أضلاع. حيث إن جميع المستطيلات والمعينات متوازيات أضلاع. وبحسب تعريف المستطيل، فإن $\angle A$ و $\angle B$ و $\angle C$ و $\angle D$ زوايا قائمة. وبحسب تعريف العين فإن جميع الأضلاع متطابقة. إذًا $ABCD$ مربع حيث إن $ABCD$ متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قائمة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

38. 
الإجابة النموذجية: إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فهو عبارة عن معين.

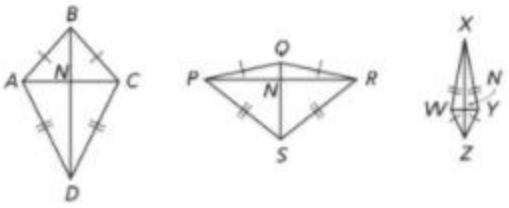
39. 
الإجابة النموذجية: إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متطابقين ومتعامدين، فهو عبارة عن مربع.

40. البرهان، أي معيّن يمكن وضعه على محور إحداثي كما هو موضح في الشكل بنقاط الرأس $A(0, a)$ و $B(b, 0)$ و $C(0, -a)$ و $D(-b, 0)$. AC عبارة عن قطعة مستقيمة رأسية، و BD عبارة عن قطعة مستقيمة أفقية، ومن ثم فإنهما متعامدتان.

41. البرهان، يمكن وضع أي مربع على محور إحداثي كما هو موضح في الرسم التخطيطي بنقاط الرأس $A(0, 0)$، $B(2a, 0)$، $C(0, 2a)$ و$D(2a, 2a)$. تكون نقطة منتصف الأقطار عند $E(a, a)$. يكون طول كل ضلع من الشكل $ABCD$ يساوي $2a$. وأطوال BE و DE و EC و EA تساوي جميعها a. ومن ثم، تكون أقطار المربع متعامدة. إذًا، $m\angle BED = m\angle DEC = m\angle CEA = m\angle AEB = 90$. بناءً عليه، $\triangle BED \cong \triangle DEC \cong \triangle CEA \cong \triangle AEB$ حسب المسلمة SAS.

42. $ABCD$ مستطيل. الزوايا تكون قائمة والأضلاع المتقابلة تكون متطابقة.

44a. الإجابة النموذجية:



44b. الإجابة النموذجية:

$ABCD$	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle D$
	100	90	100	70
$QRSP$	$m\angle Q$	$m\angle R$	$m\angle S$	$m\angle P$
	140	70	80	70
$WXYZ$	$m\angle W$	$m\angle X$	$m\angle Y$	$m\angle Z$
	120	40	120	80

44c. زاويتا الطائرة الورقية تكونان دائمًا متطابقتين.

45. العبارة خاطئة لأن المعين ليس من المحتم أن يحتوي على أربع زوايا قائمة.
النقاش هو: إذا كان الشكل الرباعي مربعًا، فإنه معين. وهذا صحيح لأن المربع لا بد وأن يكون متوازي أضلاع وجميع الأضلاع تكون متطابقة.
العكس: إذا لم يكن الشكل الرباعي معيّنًا، فإنه ليس مربعًا. وهذا صحيح لأن المربع لا بد وأن يكون متوازي أضلاع ولا بد أن يكون له أربعة أضلاع متطابقة، ومن ثم يكون دائمًا عبارة عن معيّن.

المكافئ العكسي: إذا لم يكن الشكل الرباعي مربعًا، فإنه ليس معينًا. وهذا غير صحيح لأن المعين ليس من المحتم أن يكون به زوايا قائمة.

الصفحات 847-844، الدرس 5-13

12. $AD = \frac{-3 - -3}{-6 - 3} = 0$ وميل $BC = \frac{1 - 1}{-4 - 1} = 0$ ميل
إذًا $AD \parallel BC$.
$BA = \frac{1 - -3}{-4 - -6} = 2$ وميل $CD = \frac{1 - -3}{1 - 3} = -2$ ميل
$ABCD$ عبارة عن شبه منحرف.
$BA = \sqrt{(-4 - -6)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{20}$
$CD = \frac{1 - -3}{1 - 3} = -2$. $ABCD$
$BA = \sqrt{(-4 - -6)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{20}$
$CD = \sqrt{(1 - 3)^2 + (1 - -3)^2} = \sqrt{20}$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

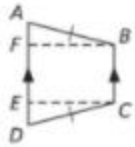
13. $EF = \frac{3 - -1}{0 - -4} = 1$ وميل $GH = \frac{-8 - 2}{-3 - 7} = 1$ ميل
إذًا $EF \parallel GH$.
$FG = \frac{-1 - -8}{-4 - -3} = -7$ وميل $EH = \frac{3 - 7}{0 - 2} = 2$ ميل
$EFGH$ عبارة عن شبه منحرف.
$FG = \sqrt{(-4 - -3)^2 + (-1 - -8)^2} = \sqrt{50}$
$EH = \sqrt{(0 - 7)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{50}$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

14. $KL = \frac{7 - 6}{3 - 8} = \frac{-1}{5}$ وميل $JM = \frac{4 - 2}{0 - 10} = \frac{-1}{5}$ ميل
إذًا $KL \parallel JM$.
$JK = \frac{4 - 7}{0 - 3} = -1$ وميل $LM = \frac{6 - 2}{8 - 10} = -2$ ميل
$JKLM$ عبارة عن شبه منحرف.
$JK = \sqrt{(0 - 3)^2 + (4 - 7)^2} = 3\sqrt{2}$
$LM = \sqrt{(8 - 10)^2 + (6 - 2)^2} = 2\sqrt{5}$. $JKLM$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

15. $RQ = \frac{9 - 5}{1 - 2} = \frac{4}{5}$ وميل $NP = \frac{0 - 8}{2 - 12} = \frac{4}{5}$ ميل
إذًا $RQ \parallel NP$
$RN = \frac{5 - 0}{2 - 2}$ = غير محدد وميل $QP = \frac{9 - 8}{7 - 12} = \frac{-1}{5}$ وميل
$NPQR$ عبارة عن شبه منحرف.
$RN = \sqrt{(2 - 2)^2 + (5 - 0)^2} = 5$
$QP = \sqrt{(7 - 12)^2 + (9 - 8)^2} = \sqrt{26}$. $NPQR$ ليس شبه منحرف متساوي الساقين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

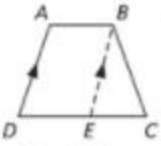
26. **المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.
$\overline{BC} \parallel \overline{AD}, \overline{AB} \cong \overline{CD}$



المطلوب: $\angle A \cong \angle D$ و $\angle ABC \cong \angle DCB$

البرهان: ارسم القطعة المستقيمة المساعدة بحيث يكون $\overline{BF} \perp \overline{AD}$ و $\overline{CE} \perp \overline{AD}$. حيث إن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ والمستقيمات المتوازية على مسافة واحدة في جميع نقاطها. فإن $\overline{BF} \cong \overline{CE}$ تشكل المستقيمات المتعامدة زوايا قائمة. إذًا $\angle BFA$ و $\angle CED$ زوايا قائمة. $\angle BFA$ و $\angle CED$ مثلثات قائمة الزاوية حسب التعريف. بناءً عليه، $\triangle CED \cong \triangle BFA$ حسب مسلمة الوتر والساق. $\angle A \cong \angle D$ حسب النظرية $CPCTC$. حيث إن $\angle CBF$ و $\angle BCE$ زوايا قائمة وجميع الزوايا القائمة تكون متطابقة، فإن $\angle BCE \cong \angle CBF$. $\angle DCE \cong \angle ABF$ حسب النظرية $CPCTC$. إذًا، $\angle DCB \cong \angle ABC$ حسب خاصية جمع الزوايا.

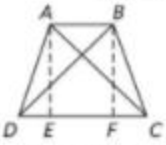
27. **المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف، و $\angle C \cong \angle D$.



المطلوب: شبه المنحرف $ABCD$ متساوي الساقين.

البرهان: بحسب مسلمة التوازي، نعلم أنه يمكننا رسم مستقيم مساعد $\overline{EB} \parallel \overline{AD}$. $\angle BEC \cong \angle D$، بحسب نظرية الزوايا المتناظرة. وتذكر المعطيات أن $\angle C \cong \angle D$. إذًا بحسب خاصية التعدي، فإن $\angle C \cong \angle BEC$. إذًا، $\triangle EBC$ متساوي الساقين $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$. بحسب تعريف شبه المنحرف، فإن $\overline{EB} \cong \overline{AD}$. حيث إن كلًا من زوجي الأضلاع المتقابلة متوازٍ، فإن ABED متوازي أضلاع. إذًا، $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ بحسب خاصية التعدي $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. إذًا، $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

28. **المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف؛ $\overline{BC} \cong \overline{AD}$.



المطلوب: شبه المنحرف $ABCD$ متساوي الساقين.

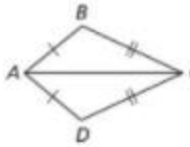
البرهان: تذكر المعطيات أن $ABCD$ شبه منحرف و $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. ارسم قطعة مستقيمة مساعدة بحيث يكون $\overline{AE} \perp \overline{DC}$ و $\overline{BF} \perp \overline{DC}$ حيث إن المستقيمات المتعامدة تشكل زوايا قائمة. فإن $\angle AEF$ و $\angle BFE$ زوايا قائمة. إذًا، $\triangle AEC$ و $\triangle BFD$ قائمي الزاوية بحسب التعريف. $\overline{AE} \parallel \overline{BF}$ حيث إن أي مستقيمين في المستوى يتعامدان على نفس المستقيم يكونان متوازيين $\overline{AE} \parallel \overline{BF}$ حيث إن الأضلاع المتقابلة في شبه المنحرف متطابقة. $\triangle BFD \cong \triangle AEC$ بحسب مسلّمة الوتر والساق و $\angle BDC \cong \angle ACD$ بحسب مسلمة تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة. حيث إن $\overline{DC} \cong \overline{DC}$ بحسب خاصية انعكاس التطابق، فإن $\triangle BCD \cong \triangle ADC$ (مسلمة تساوي ضلعين وزاوية). $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ بحسب مسلمة تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة، إذًا شبه المنحرف $ABCD$ متساوي الساقين.

29. **المعطيات:** $ABCD$ طائرة ورقية بها $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{DC}$.

المطلوب: $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

البرهان: تذكر المعطيات أن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{DC}$. إذًا، B و D على نفس المسافة من A و C. إذا كانت النقطة على نفس المسافة من نقطتي نهاية القطعة المستقيمة، إذًا فهي المنصف المتعامد للقطعة المستقيمة. ويكون المستقيم المتضمن B و D هو المنصف العمودي لـ $\overline{AC}$، حيث إنه لا يمكن أن يمتد سوى مستقيم واحد بين أي نقطتين. إذًا $\overline{BD} \perp \overline{AC}$.

30. **المعطيات:** $ABCD$ شكل طائرة ورقية

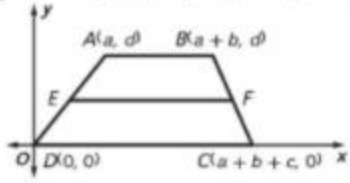


المطلوب إثباته: $\angle BCD \ncong \angle BAD, \angle B \cong \angle D$

البرهان:

نعلم أن $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{CD}$ حسب تعريف شكل الطائرة الورقية. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ بحسب خاصية الانعكاس، إذًا $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ حسب مسلمة تساوي الأضلاع الثلاثة. $\angle D \cong \angle B$ حسب النظرية $CPCTC$. إذا كان $\angle BCD \cong \angle BAD$، و فإن الشكل $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع حسب التعريف، وهذا لا يمكن أن يكون صحيحًا لأن المعطيات تذكر أن الشكل $ABCD$ عبارة عن طائرة ورقية. بناءً عليه، فإن $\angle BCD \ncong \angle BAD$.

31. **المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف له الوسيط $\overline{EF}$
المطلوب: $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ و $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ و $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$



البرهان:

بحسب تعريف متوسط شبه المنحرف، فإن E هي نقطة منتصف $\overline{AD}$ و F هي نقطة منتصف $\overline{BC}$.

نقطة المنتصف E تساوي $\left(\frac{a}{2}, \frac{d}{2}\right)$ أو $\left(\frac{a+0}{2}, \frac{d+0}{2}\right)$.

نقطة المنتصف F تساوي $\left(\frac{a+b+a+b+c}{2}, \frac{d+0}{2}\right)$ أو $\left(\frac{2a+2b+c}{2}, \frac{d}{2}\right)$.

ميل $\overline{AB} = 0$ وميل $\overline{EF} = 0$ وميل $\overline{DC} = 0$ إذًا، $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ و $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$.

$$AB = \sqrt{[(a+b)-a]^2 + (d-d)^2} = \sqrt{b^2}$$

$$DC = \sqrt{[(a+b+c)-0]^2 + (0-0)^2}$$

$$= \sqrt{(a+b+c)^2} \text{ or } a+b+c$$

$$EF = \sqrt{\left(\frac{2a+2b+c-a}{2}\right) + \left(\frac{d}{2} - \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{a+2b+c}{2}\right)^2} \text{ or } \frac{a+2b+c}{2}$$

$$\frac{1}{2}(AB + DC) = \frac{1}{2}[b + (a+b+c)]$$

$$= \frac{1}{2}(a+2b+c)$$

$$= \frac{a+2b+c}{2}$$

$$= EF$$

إذًا، $\frac{1}{2}(AB + DC) = EF$.

32a. ميل $\overline{RV} = \frac{3-3}{-4-1} = 0$ وميل $\overline{ST} = \frac{-1-1}{-5-4} = 0$

بما أن ميل $\overline{RV}$ و $\overline{ST}$ متساويان، $(RV)^{-} \parallel (ST)^{-}$.

ميل $\overline{RS} = \frac{3-1}{-4-5} = 4$ وميل $\overline{VT} = \frac{3-1}{1-4} = -\frac{4}{3}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

بما أن ميلي $\overline{RS}$ و $\overline{VT}$ غير متساويين، فإن $\overline{RS}$ و $\overline{VT}$ غير متوازيين. وحيث إن الشكل الرباعي $RSTV$ له زوج واحد فقط من الأضلاع المتقابلة المتوازية، فإن رباعي الأضلاع $RSTV$ عبارة عن شبه منحرف.

$$RS = \sqrt{(-4 - -5)^2 + (3 - -1)^2} = \sqrt{17}$$

$$VT = \sqrt{(1 - 4)^2 + (3 - -1)^2} = 5$$. $RSTV$ ليس شبه منحرف متساوي الساقين.

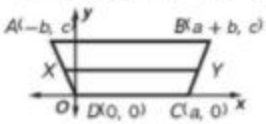
32b. لا ، قطعة المنتصف المستقيمة تصل النقاط $(0, -4.5)$ و $(1, 2.5)$. معادلة قطعة المنتصف المستقيمة هي $y = \frac{1}{7}x + \frac{9}{4}$ نقطة الأصل غير موجودة في هذا الخط.

57.

الشكل الرباعي	كذلك...
مثال: مستطيل	متوازي الأضلاع
المعين	متوازي الأضلاع
المربع	معين، مستطيل، متوازي أضلاع
شبه منحرف متساوي الساقين	شبه المنحرف
شبه المنحرف	لا شيء
الطائرة الورقية	لا شيء

61. المعطيات: $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف له وسيط $\overline{XY}$.

المطلوب: $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$ و $\overline{XY} \parallel \overline{DC}$



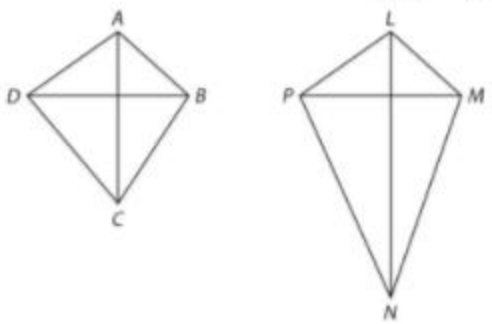
البرهان:

نقطة منتصف $\overline{AD}$ هي X. وإحداثياتها $\left(\frac{-b}{2}, \frac{c}{2}\right)$.

نقطة منتصف $\overline{BC}$ هي $Y\left(\frac{2a + b}{2}, \frac{c}{2}\right)$.

ميل $\overline{AB} = 0$ وميل $\overline{XY} = 0$ وميل $\overline{DC} = 0$. إذًا $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$ و $\overline{XY} \parallel \overline{DC}$

64. الإجابة النموذجية:



66. البرهان: بما أن $\triangle AED$ و $\triangle ADB$ مثلثان متساويا الأضلاع، فإن $m\angle BAD = 60$ و $m\angle ADE = 60$. بما أن هذه الزوايا عبارة عن زوايا داخلية متبادلة، فإننا نعلم أن $AB \parallel EC$. إذًا $ABCE$ شبه منحرف. وبما أن $\triangle AED$ متساوي الأضلاع، فإن $AE = AD$ وبما أن $\triangle ADB$ متساوي الأضلاع، فإن $AD = BD$ وبما أن $\triangle DBC$ متساوي الأضلاع، فإن $BD = BC$. بناءً عليه، وحسب خاصية التعدي، $AE = BC$ ومن ثم فإن $ABCE$ عبارة عن مثلث متساوي الساقين.

67. متوازي الأضلاع وشبه المنحرف عبارة عن الأشكال الرباعية. ومجموع زوايا متوازي الأضلاع وشبه المنحرف يساوي 360 درجة. تضم متوازيات الأضلاع زوجين من الأضلاع المتوازية، ولكن شبه المنحرف لا يضم سوى زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية. الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة، ولكن في شبه المنحرف، لا يتحتم أن تكون أضلاعًا متطابقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education